



Πανεπιστήμιο Κύπρου

Πρόγραμμα Προϋπηρεσιακής Κατάρτισης

ΠΡΥ 017 – Πολυτεχνικά και Τεχνικά Επαγγέλματα

Διάλεξη 3

Αξιολόγηση και Αβεβαιότητα



- **Μετρολογία**

- Η επιστήμη των μετρήσεων
- Περιλαμβάνει τόσο πειραματικούς όσο και θεωρητικούς προσδιορισμούς
 - Σε οποιοδήποτε επίπεδο αβεβαιότητας
 - Σε οποιοδήποτε πεδίο της επιστήμης και της τεχνολογίας
- "Διεθνές Γραφείο Βάσεων και Μετρήσεων (BIPM)"

- **Μέτρηση**

- Η διαδικασία προσδιορισμού ή εύρεσης του μεγέθους, της ποσότητας ή του βαθμού κάποιας παραμέτρου



Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI)



- Οι μονάδες SI βασίζονται σε επτά **προκαθορισμένες** ποσότητες:

Παράμετρος	Βασική Μονάδα	Σύμβολο
Μήκος (Length)	meter	m
Μάζα (Mass)	kilogram	kg
Χρόνος (Time)	second	s
Ηλεκτρικό Ρεύμα (Electric current)	ampere	A
Θερμοδυναμική θερμοκρασία (Thermodynamic temperature)	degree kelvin	K
Ποσότητα Ύλης (Amount of substance)	mole	mol
Ένταση Φωτεινότητας (Luminous intensity)	candela	cd

Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI)



- Κάποιες ποσότητες συνδυάζονται για να σχηματίσουν **παράγωγες** μονάδες:

Παράμετρος	Μονάδα (Σύμβολο)	Τύπος
Συχνότητα (Frequency)	hertz (Hz)	s^{-1}
Δύναμη (Force)	newton (N)	$kg \cdot m / s^2$
Ενέργεια (Energy of work)	joule (J)	N.m
Ισχύς (Power)	watt (W)	J/s
Φορτίο (Charge)	coulomb (C)	A.s
Τάση (Potential)	volt (V)	J/C
Αντίσταση (Resistance)	ohm (Ω)	V/A
Αγωγιμότητα (Conductance)	siemen (S)	A/V
Χωρητικότητα (Capacitance)	farad (F)	C/V
Μαγνητική ροή (Magnetic flux)	weber (Wb)	V.s
Επαγωγή (Inductance)	henry (H)	Wb/A

Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI)



- Πλεονέκτημα: χρησιμοποιεί προθέματα με βάση δυνάμεις του 10

Πρόθεμα	Σύμβολο	Δύναμη
atto	a	10^{-18}
femto	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
milli	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
deci	d	10^{-1}
deka	da	10
hecto	h	10^2
kilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}



- Συμβολισμός Μηχανικών (Engineering Notation)

- Συντομογραφίες για μικρούς και μεγάλους αριθμούς
- Πρέπει πάντοτε να χρησιμοποιούνται μονάδες!

- Παραδείγματα:

- $28,400,000,000 \text{ Hz} = 28.4 \text{ GHz}$
- $1,000,000 \text{ N} = 1 \text{ MN}$
- $12,000 \text{ m} = 12 \text{ km}$
- $0.00025 \text{ A} = 0.25 \text{ mA}$
- $0.0000025 \text{ F} = 2.5 \mu\text{F}$
- $95 \times 10^{-9} = 95\text{e-}9 \text{ s} = 95 \text{ ns}$



Πόσο καλές είναι οι μετρήσεις μας

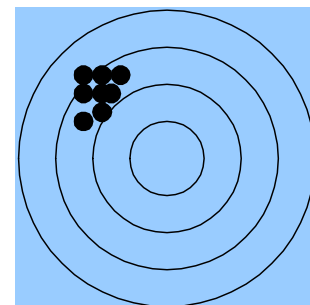
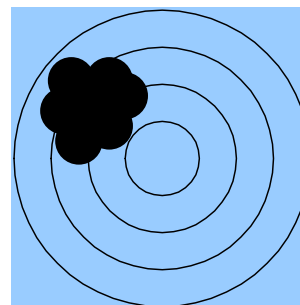
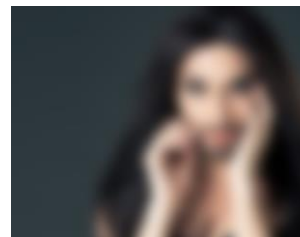


- Καμία μέτρηση δεν είναι απόλυτα ακριβής
 - Υπάρχει πάντα κάποια αβεβαιότητα λόγω
 - Περιορισμένης ευκρίνειας των οργάνων
 - Περιορισμένης ακρίβειας των οργάνων
 - Δυσκολιών στην ανάγνωση των αποτελεσμάτων
- **Ευκρίνεια (Resolution)**
 - Η μικρότερη στοιχειώδης ποσότητα που μπορεί να επιμετρηθεί αξιόπιστα
 - Ωστόσο, ψηλή **ευκρίνεια** δεν συνεπάγεται ψηλή **ορθότητα**



Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

Low Resolution **High Resolution**



Πόσο καλές είναι οι μετρήσεις μας



- **Ακρίβεια (Precision)**

- Μέτρηση της ίδιας τιμής από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις της ίδιας παραμέτρου κάτω από τις ίδιες συνθήκες
- Ωστόσο, ψηλή **ακρίβεια** δεν συνεπάγεται ψηλή **ορθότητα**

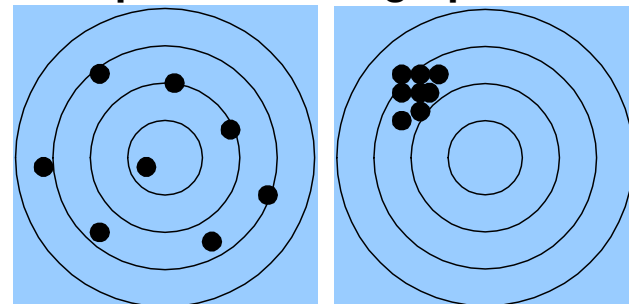
- **Ορθότητα (Accuracy)**

- Μέτρηση της **σωστής** τιμής από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις της ίδιας παραμέτρου κάτω από τις ίδιες συνθήκες

- **Επαναληψιμότητα (Repeatability)**

- Μέτρηση της ίδιας τιμής από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις της ίδιας παραμέτρου κάτω από τις ίδιες συνθήκες για πολλές επαναλήψεις

Low precision High precision



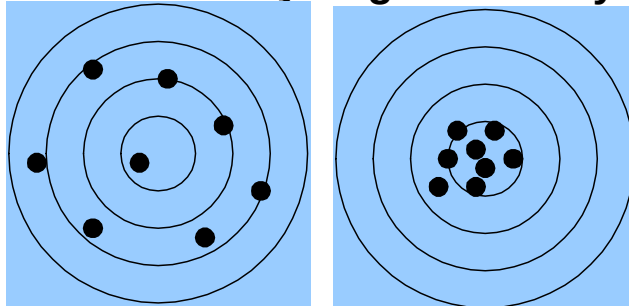
20.3453
11.3489
14.6776

15.4573

15.0709
15.2109
15.4579

15.2466

Low accuracy High accuracy



12.345
4.3489
1.6776

6.1239

5.3143
4.7435
5.4293

5.1624



- Για παράδειγμα

- Θα ήταν δύσκολο να μετρηθεί το πλάτος του ξύλου με ακρίβεια καλύτερη από ένα χιλιοστό
- Υποθέστε ότι το αποτέλεσμα είναι 8,8 cm
- Η μέτρηση είναι ακριβής μόνο $\pm 0,1$ εκατοστό
 - Η μικρότερη διαβάθμιση του οργάνου
- Πειραματική αβεβαιότητα: $\pm 0,1$ cm
- Το πλάτος γράφεται ως: $8,8 \pm 0,1$ cm
- Η ποσοστιαία αβεβαιότητα τότε είναι :
 $\pm (0,1 / 8,8) \times 100\% = 11,36\%$



Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.



- Ψηφιακό Πολύμετρο (Digital Multimeter - DMM)

- Ένα όργανο που επιτρέπει τη μέτρηση βασικών ηλεκτρικών παραμέτρων

- Τάση σε AC ή DC V
- Ρεύμα σε AC ή DC V
- Αντίσταση σε Ω , και άλλα

- Τάση DC

- Η τιμή της τάσης σε V

- Τάση AC

- Η rms τιμή της τάσης σε V (όχι μέγιστη τιμή)

- Ποια είναι η αβεβαιότητα των μετρήσεων από το Πολύμετρο;

- Το τελευταίο ψηφίο; **ΟΧΙ**
- Από τις προδιαγραφές!





Μετρήσεις και Αβεβαιότητα

• Ψηφιακό Πολύμετρο (Digital Multimeter - DMM)

$$\begin{aligned}\Delta V &= 0.05\%V + 1 \text{ Res} \\ &= 50.00 \times 0.05 / 100 + 0.01 \text{ V} \\ &= 0.035 \text{ V} = 0.07 \%\end{aligned}$$

DC Voltage, Conductance, and Resistance

Function	Range	Resolution	Accuracy
mV dc	600.0 mV	0.1 mV	$\pm 0.1 \% + 1$
V dc	6.000 V	0.001 V	$\pm(0.05 \% + 1)$
	60.00 V	0.01 V	
	600.0 V	0.1 V	
	1000 V	1 V	
Ω	600.0 Ω	0.1 Ω	$\pm(0.2 \% + 2)^{[2]}$
	6.000 k Ω	0.001 k Ω	$\pm(0.2 \% + 1)$
	60.00 k Ω	0.01 k Ω	
	600.0 k Ω	0.1 k Ω	
	6.000 M Ω	0.001 M Ω	$\pm(1.0 \% + 1)^{[1]}$
	50.00 M Ω	0.01 M Ω	
nS	60.00 nS	0.01 nS	$\pm(1.0 \% + 10)^{[1,2]}$

[1] Add 0.5 % of reading when measuring above 10 M Ω in the 50 M Ω range, and 20 counts below 33 nS in the 60 nS range.
[2] When using the rel function to compensate for offsets.



Last digit. Not necessarily
the uncertainty

Yes!



Μετρήσεις και Αβεβαιότητα

- Σε ένα κύκλωμα μετρούμε με το πολύμετρο:
 - $V = 412.3 \text{ mV}$
 - $R = 35.65 \text{ k}\Omega$
- Στη συνέχεια υπολογίζουμε το ρεύμα:
 - $I = 1.1565217391304347826086956521739 \times 10^{-5} \text{ A}$
- Είναι η μέτρηση μας **πραγματικά** τόσο ακριβής;
- Πως μπορούμε να ξέρουμε;
 - Από την αβεβαιότητα της μέτρησης
 - Από τα σημαντικά ψηφία





Μετρήσεις και Αβεβαιότητα

- Σε ένα κύκλωμα μετρούμε με το πολύμετρο:
 - $V = 412.3 \text{ mV}$
 - $R = 35.65 \text{ k}\Omega$
- Στη συνέχεια υπολογίζουμε το ρεύμα:
 - $I = 1.1565217391304347826086956521739 \times 10^{-5} \text{ A}$
- Αβεβαιότητα της μέτρησης
 - $\Delta V = (0.001 \times 412.3 + 0.1) \text{ mV} = 0.5123 \text{ mV}$
 - $\Delta V\% = \Delta V / V \times 100 = 0.5123 \text{ mV} / 412.3 \text{ mV} \times 100 = 0.1244\%$
 - $\Delta R = (0.002 \times 35.65 + 0.01) \text{ k}\Omega = 0.0813 \text{ k}\Omega$
 - $\Delta R\% = \Delta R / R \times 100 = 0.0813 \text{ k}\Omega / 35.65 \text{ k}\Omega \times 100 = 0.2281\%$
 - $\Delta I\% = 0.1244\% + 0.2281\% = 0.3525\%$
 - $\Delta I = \Delta I\% / 100 \times I = 0.3525 / 100 \times 1.1565 \times 10^{-5} \text{ A}$
 $= 4.077 \times 10^{-8} \text{ A} = 0.004077 \times 10^{-5} \text{ A}$
- Άρα το ρεύμα θα έπρεπε να γράφεται:
 - $I = (1.157 \pm 0.004) \times 10^{-5} \text{ A} = (11.57 \pm 0.04) \mu\text{A}$



mV dc	600.0 mV	0.1 mV	$\pm(0.1\% + 1)$
Ω	60.00 k Ω	0.01 k Ω	$\pm(0.2\% + 1)$



- **Σημαντικά Ψηφία**

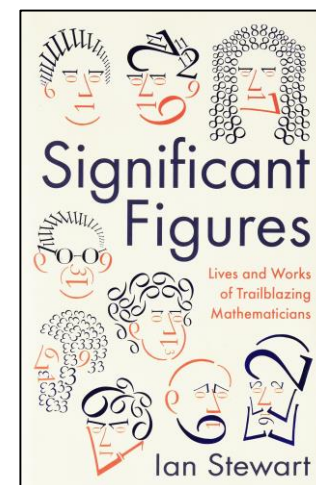
- Αντικατοπτρίζουν το πραγματικό μέγεθος και την ακρίβεια της μέτρησης
- Ο πιο σημαντικός αριθμός αντιπροσωπεύει τη μεγαλύτερη ακρίβεια της μέτρησης

- **Κανόνες για σημαντικούς αριθμούς**

- Όλα τα μη-μηδενικά ψηφία είναι σημαντικά
- Τα μηδενικά μεταξύ δύο μη μηδενικών ψηφίων είναι σημαντικά
- Τα μηδενικά που προηγούνται δεν είναι σημαντικά
- Τα μηδενικά που έπονται είναι σημαντικά μόνο μετά από δεκαδικό,

- **Παραδείγματα**

- 1, 20 και 300 έχουν 1 σημαντικό ψηφίο
- 123.45 έχει 5 σημαντικά ψηφία
- 1001 έχει 4 σημαντικά ψηφία
- 100.02 έχει 5 σημαντικά ψηφία
- 0.00001 έχει 1 σημαντικό ψηφίο
- 1.100 έχει 4 σημαντικά ψηφία
- 0.00100 έχει 3 σημαντικά ψηφία





• Πρόσθεση και Αφαίρεση

- Κρατούμε μόνο τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία
- $3.76 \text{ g} + 14.83 \text{ g} + 2.1 \text{ g} = 20.69 \text{ g}$
- Τα λιγότερα δεκαδικά είναι: **1** 2 3 4
- Πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε το αποτέλεσμα
- Η τελική απάντηση είναι: 21 **20.7** 20.69 20.690 g

• Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση

- Κρατούμε τόσα ψηφία όσα και η λιγότερο ακριβής μέτρηση
- $22.37 \text{ cm} \times 3.10 \text{ cm} \times 85.75 \text{ cm} = 5946.50525 \text{ cm}^3$
- Τα λιγότερα σημαντικά ψηφία είναι: 2 **3** 4 5 6
- Η τελική απάντηση είναι : 5900 **5950** 5947 5946.5 cm³.



Μετρήσεις και Αβεβαιότητα

- Σε ένα κύκλωμα μετρούμε με το πολύμετρο:
 - $V = 412.3 \text{ mV}$
 - $R = 35.65 \text{ k}\Omega$
- Στη συνέχεια υπολογίζουμε το ρεύμα:
 - $I = 1.1565217391304347826086956521739 \times 10^{-5} \text{ A}$
- Σημαντικά Ψηφία
 - Οι V και R έχουν 4 σημαντικά ψηφία
 - Το I έχει τα ελάχιστα των δύο: 4 σημαντικά ψηφία
- Άρα το ρεύμα θα έπρεπε να γράφεται:
 - $I = 1.157 \times 10^{-5} \text{ A} = 11.57 \text{ }\mu\text{A}$





- **Σφάλμα**

- Η διαφορά μεταξύ της πραγματικής τιμής (αναμενόμενη τιμή, Y_n) και της μέτρησης (X_n)

- Απόλυτο Σφάλμα $Error = |Y_n - X_n|$

- Ποσοστιαίο Σφάλμα $\%Error = \left| \frac{Y_n - X_n}{Y_n} \right| \times 100\%$

- Σχετική Ακρίβεια $A = 1 - \left| \frac{Y_n - X_n}{Y_n} \right|$

- Ποσοστιαία Ακρίβεια $\%A = A \times 100\%$





- **Χονδρικό (Gross) Σφάλμα**

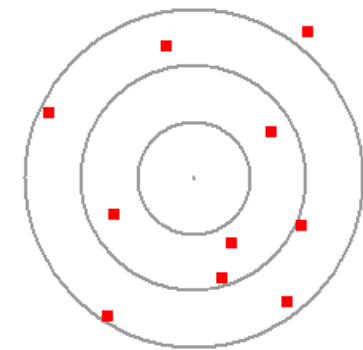
- Σφάλμα από ανθρώπινα λάθη στη χρήση του εξοπλισμού
 - Λανθασμένη ανάγνωση του οργάνου
 - Λανθασμένη καταγραφή των πειραματικών δεδομένων
 - Εσφαλμένη χρήση των οργάνων

- **Τυχαίο (Random) Σφάλμα**

- Εμφανίζεται όταν προκύπτουν διαφορετικά αποτελέσματα μεγέθους ή πρόσημου από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις της ίδιας παραμέτρου
- Επηρεάζει την **ακρίβεια**
- Αυτό το σφάλμα μπορεί να αναλυθεί στατιστικά
- Η επίδραση μπορεί να ελαχιστοποιηθεί με τη λήψη της μέτρησης πολλές φορές.



"If only there was a way for us to know what the operator was seeing when the plant exploded."

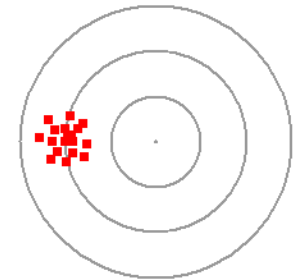


Random Error



- **Συστηματικό (Systematic) Σφάλμα**

- Το σφάλμα λόγω προβλήματος με όργανα, περιβαλλοντικές επιπτώσεις ή σφάλματα παρατήρησης, που παρουσιάζεται συνεχώς
- Επηρεάζει την **ορθότητα**
- Προβλήματα με τα όργανα μπορούν αν αποφευχθούν με:
 - Κατάλληλη συντήρηση ή αντικατάσταση του οργάνου
 - Επιλογή του κατάλληλου οργάνου για τη συγκεκριμένη μέτρηση (συμπεριλαμβανομένης της δυναμικής απόκρισης)
 - Βαθμονόμηση (calibration) του οργάνου ως προς ένα πρότυπο
 - Εφαρμογή συντελεστή διόρθωσης αφού προσδιοριστεί το οργανικό σφάλμα
- Περιβαλλοντικά Σφάλματα μπορούν να αποφευχθούν με:
 - Έλεγχο του περιβάλλοντος (θερμοκρασία, υγρασία, πίεση ή ισχυρά ηλεκτροστατικά ή ηλεκτρομαγνητικά πεδία)
 - Σφράγισμα ορισμένων στοιχείων των οργάνων
 - Χρήση ηλεκτρομαγνητικής θωράκιση
- Σφάλματα Παρατήρησης (Observational)
 - Αυτά τα σφάλματα προέρχονται από τον παρατηρητή
 - Τα δύο πιο συνηθισμένα σφάλματα παρατήρησης
 - Το σφάλμα παράλλαξης που προέρχεται από την ανάγνωση μιας κλίμακας μέτρησης
 - Το σφάλμα εκτίμησης κατά τη ανάγνωση μιας μέτρησης από μια κλίμακα



Systematic Error



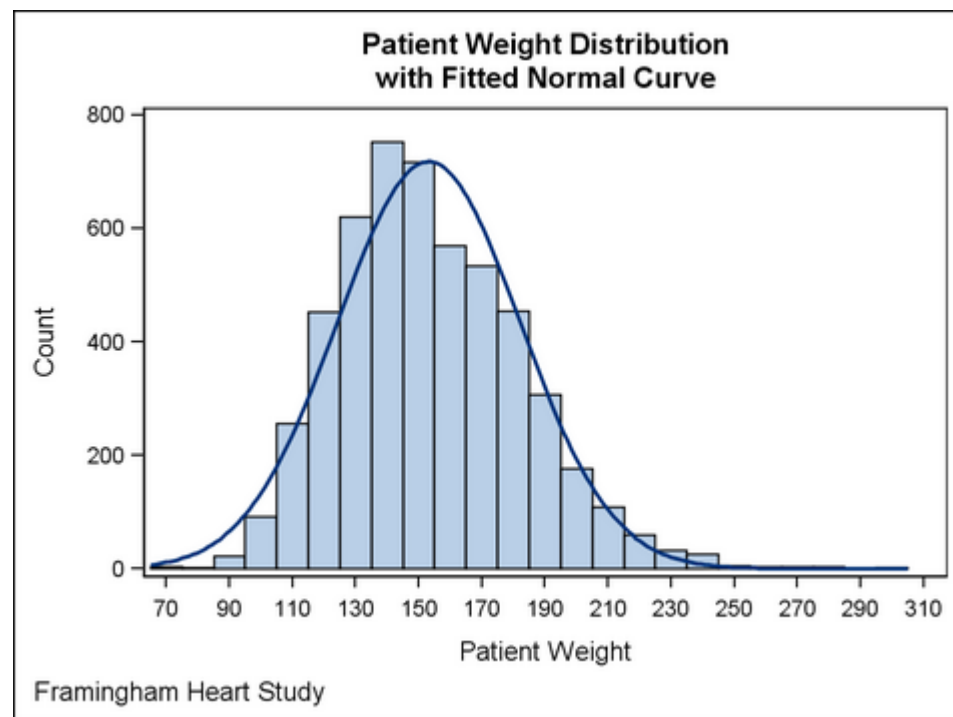


- **Κατανομή των μετρήσεων**

- Συχνότητα μετρήσεων σε συγκεκριμένες τιμές
- Τις πιο πολλές φορές είναι γκαουσιανή!

- **Ιστόγραμμα**

- Γραφική παράσταση μονοδιάστατων τιμών
- Το ύψος είναι ένα μέτρο της συχνότητας εμφάνισης της κάθε περιοχής
- Συνεχή δεδομένα
 - Οι τιμές της μεταβλητής ομαδοποιούνται
- Προσαρμογή καμπύλης
 - Πιθανή (θεωρητική) κατανομή





- Πως αναλύουμε το σφάλμα;

- Με στατιστικές μεθόδους

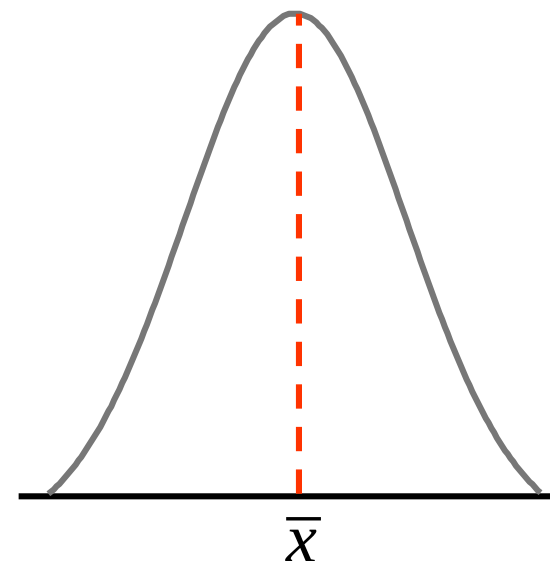
- Αριθμητικός Μέσος Όρος

- Άθροισμα των μετρήσεων / Αριθμός μετρήσεων
- Μια καλύτερη προσέγγιση της πραγματικής τιμής

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

όπου

- x_i = η i στη σειρά μέτρηση
- n = αριθμός μετρήσεων





- **Απόκλιση από το μέσο όρο**

- Η διαφορά κάθε μέτρησης με τον μέσο όρο

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

- **Μέση Απόκλιση**

- Άθροισμα απόλυτης τιμής των αποκλίσεων / Αριθμός μετρήσεων

$$D_{av} = \frac{1}{n} (|d_1| + |d_2| + \dots + |d_n|) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |d_i|$$

- Σημείωση: D_{av} είναι μια ένδειξη της ακρίβειας του οργάνου που χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση

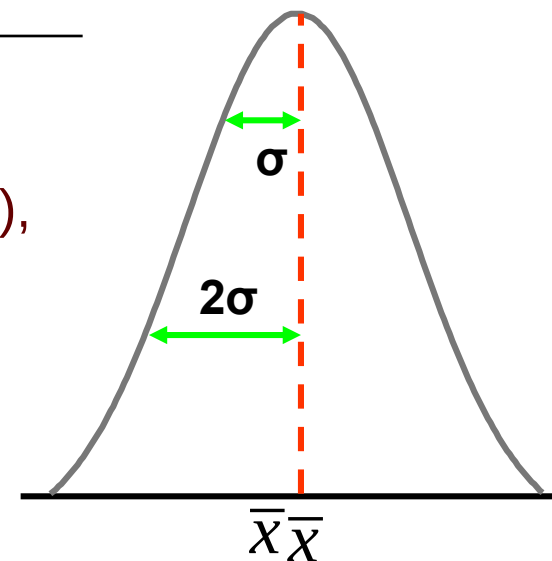


• Τυπική Απόκλιση

- Η τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων όλων των αποκλίσεων, διαιρούμενο με τον αριθμό των μετρήσεων.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} (d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

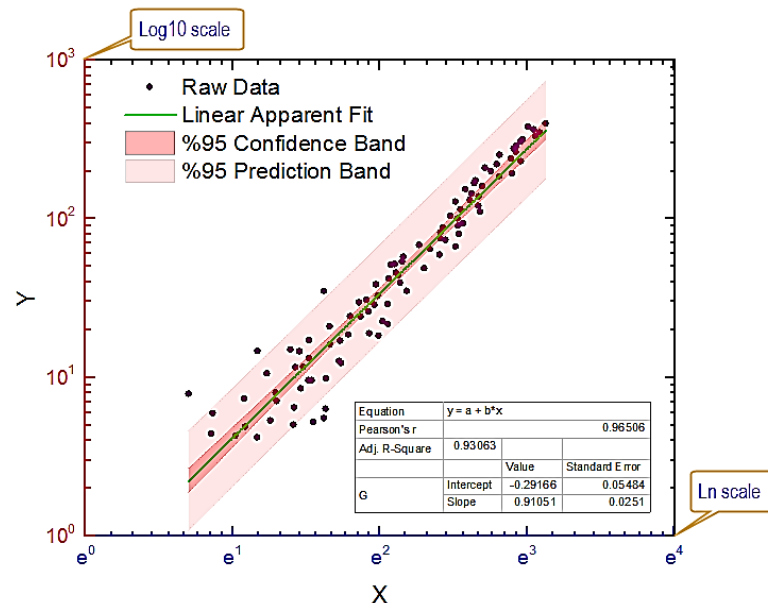
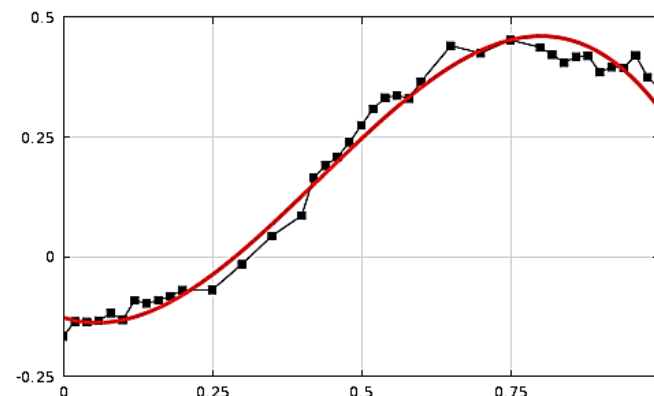
- Σημείωση: για μικρό αριθμό μετρήσεων ($n < 30$), ο παρονομαστής γίνεται $(n-1)$
- Μείωση αυτής της τιμής σημαίνει, πρακτικά, βελτίωση της ποιότητας των μετρήσεων



Τι Κάνω με τα Δεδομένα;



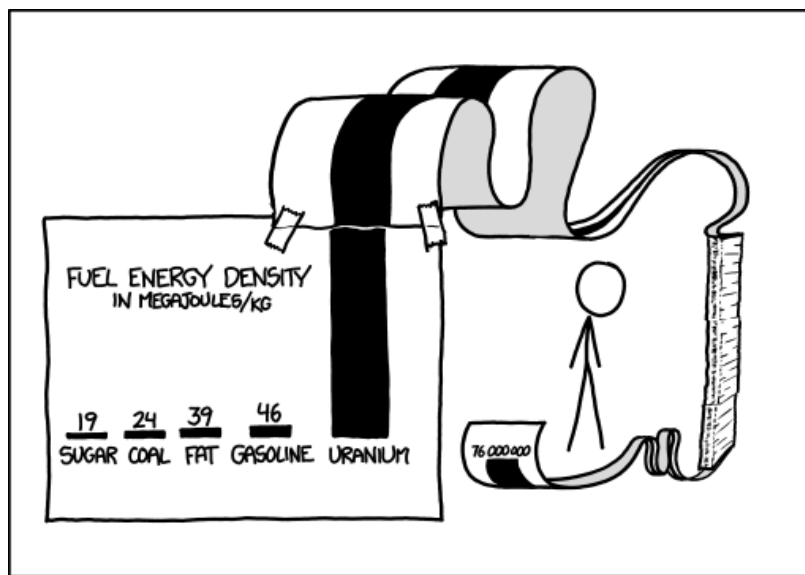
- Οι μηχανικοί συχνά συλλέγουν μεγάλο αριθμό δεδομένων
- Δύο συνήθεις τρόποι ανάλυσης/παρουσίασης των δεδομένων είναι:
 - Μια γραφική παράσταση των δεδομένων
 - Μια εξίσωση που περιγράφει τα δεδομένα
- **Γραφική Παράσταση Δεδομένων**
 - Γραφική παρουσίαση δεδομένων
 - Κατάλληλες κλίμακες
 - Πολύ χρήσιμη για την ερμηνεία των δεδομένων
- **Προσαρμογή Καμπύλης (Curve Fitting)**
 - Βρίσκει μια κατάλληλη εξίσωση που περιγράφει τα δεδομένα
 - Γραμμική ή Μη Γραμμική



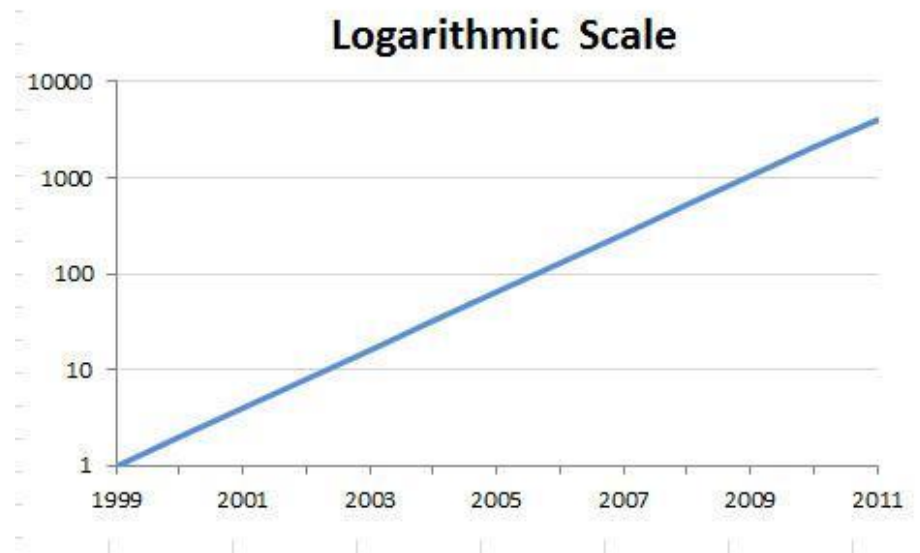
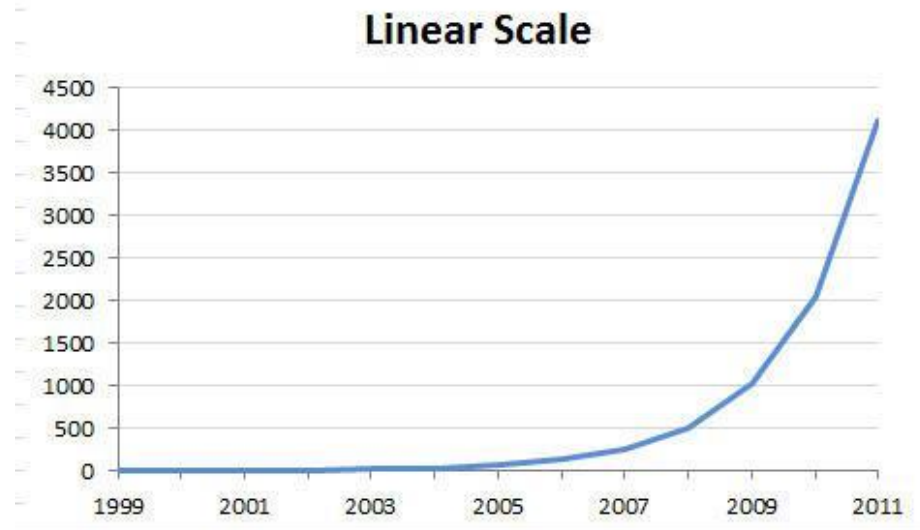
Τι Κάνω με τα Δεδομένα;



- Δεδομένα που κυμαίνονται σε διάφορες τάξεις μεγέθους
 - Γεωμετρικά ή εκθετικά
 - Δύσκολο να μπουν στην ίδια γραφική
- Λογαριθμική κλίμακα
 - Εκθετικά δεδομένα → ευθεία γραμμή



SCIENCE TIP: LOG SCALES ARE FOR QUITTERS WHO CAN'T FIND ENOUGH PAPER TO MAKE THEIR POINT PROPERLY.



Ας Ξαναδούμε τους Λογάριθμους



Ας υποθέσουμε ότι εξετάζουμε την ακολουθία. . .

1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, ...

Μια ακολουθία με μεγάλο εύρος που γίνεται όλο και πιο μεγάλο όσο προχωρά

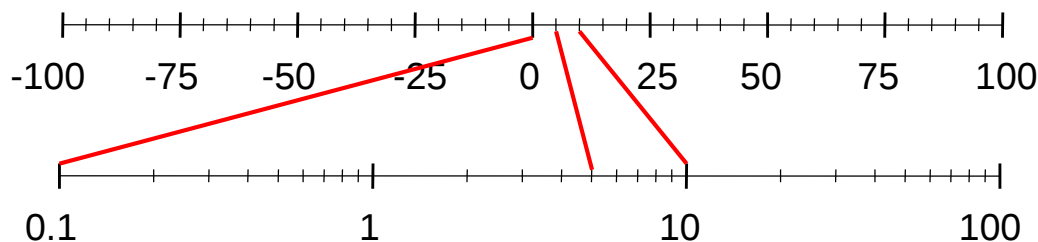
Τι θα συμβεί εάν πάρουμε τον λογάριθμο (βάση 10) κάθε όρου; Έχουμε $\log_{10}(10^x) = x$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Παίρνοντας τους λογάριθμους, συμπιέζεται η ακολουθία και γίνονται πιο ευδιάκριτες οι μικρές αλλαγές

Γραμμικός Άξονας (Linear axis):

Λογαριθμικός Άξονας
(Logarithmic axis):



Ας Ξαναδούμε τους Λογάριθμους



- Η ανθρώπινη αντίληψη είναι λογαριθμική
- Στη μουσική, συχνότητα σε σχέση με την αντίληψή του τόνου
 - Τα αυτιά μας ακούν ίσους **λόγους** συχνότητας ως ίσες αλλαγές στον **τόνο**
 - Για παράδειγμα, η νότα ΛΑ έχει συχνότητα 440 Hz
 - Η ΛΑ μια οκτάβα κάτω έχει συχνότητα 220 Hz
 - Η ΛΑ μία οκτάβα πάνω έχει συχνότητα 880 Hz
 - Μια αλλαγή στον τόνο κατά 1 οκτάβα αντιστοιχεί σε **διπλασιασμό** της συχνότητας
- Η αντίληψη της έντασης του ήχου είναι επίσης λογαριθμική
 - Παρέχει μεγάλο εύρος
 - Πάνω από 100 dB προκαλεί βλάβη

Ήχος	Ένταση σε dB	Σύγκριση ως προς το κατώφλι
Θρόισμα φύλλων	10 dB	10 x louder
Τικ-Τοκ ρολογιού	20 dB	100 x
Μουρμουρητό	30 dB	1000 x
Συνομιλία	60 dB	1 million x
Μπλέντερ	90 dB	1 billion x
Ροκ Συναυλία	120 dB	1 trillion x
Απογείωση τζετ	150 dB	1 quadrillion x