



Σχεδιασμός Οπτικών Συστημάτων (Απεικόνιση)

Φακοί για Απεικόνιση



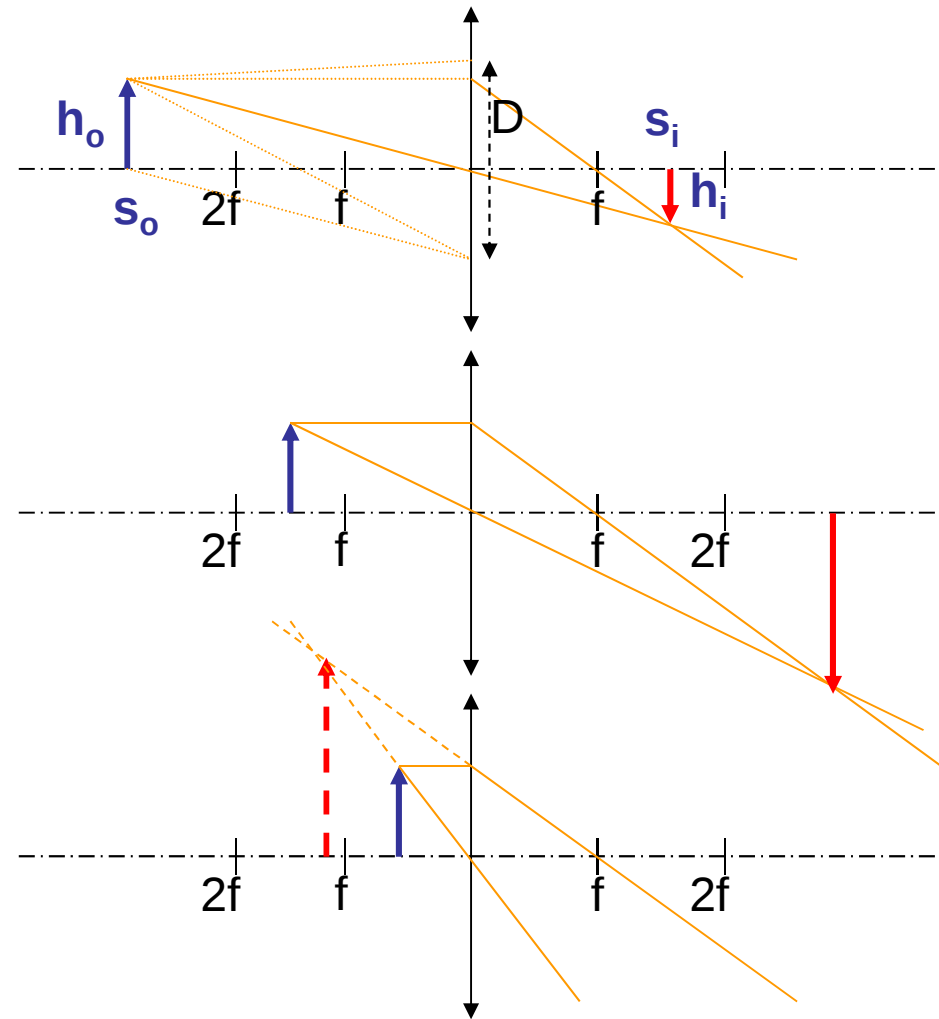
- Δημιουργία εικόνας με ένα φακό
- Ιδανικός (Ideal) λεπτός (thin) φακός

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i}$$

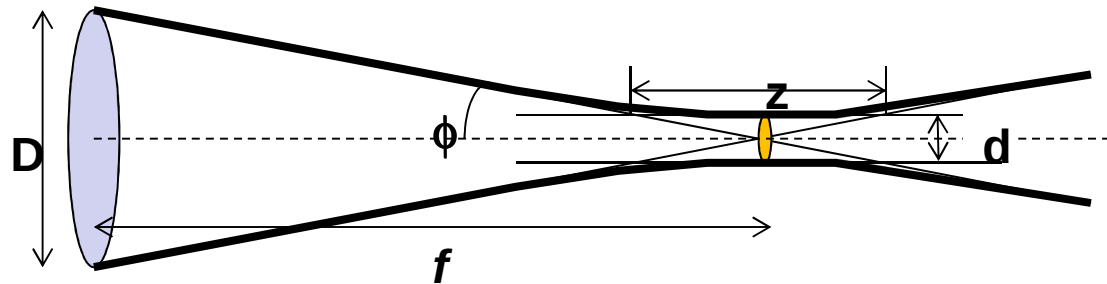
- f = εστιακή απόσταση (focal length)
- s_i = απόσταση ειδώλου
- s_o = απόσταση αντικειμένου

- Μεγέθυνση (Magnification)

$$M = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{h_i}{h_o}$$



Χαρακτηριστικά Φακών



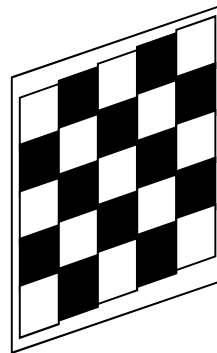
	Standard Lens	Gaussian Beam
Aperture size	D	$2w$
Focal spot size	$d = \frac{2.44 f \lambda}{D} \approx \frac{1.22 \lambda}{NA}$	$d = 2w_0 = \frac{2.54 f \lambda}{2w}$
Depth of focus	$z = 1.22 \lambda \left(\frac{2f}{D} \right)^2 \approx \frac{1.22 \lambda}{NA^2}$	$z = 1.27 \lambda \left(\frac{2f}{2w} \right)^2$

Ευκρίνεια



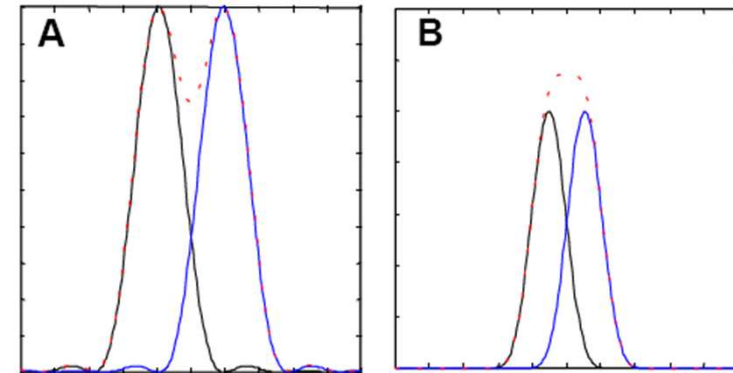
- **Ευκρίνεια (resolution) εικόνας**

- Αριθμός εικονοστοιχείων (pixels) (e.g. 1024x1024)
- Η μικρότερη διακριτή χωρική συχνότητα → μικρότερη διακριτή λεπτομέρεια = οπτική ευκρίνεια (optical resolution)



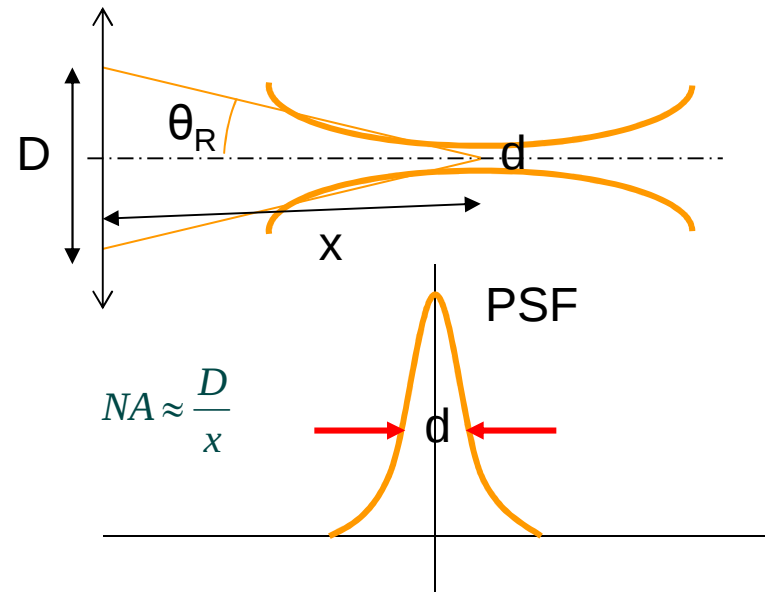
- **Οπτική Ευκρίνεια**

- Κριτήριο Rayleigh
 - 3 dB πτώση μεταξύ κορυφών
- Κριτήριο Sparrow
 - Διάμετρος συνάρτησης μεταφοράς σημείου (Point Spread Function ή PSF)
- Τα οπτικά σφάλματα υποβαθμίζουν την ευκρίνεια



$$d_{3dB} = \frac{1.02\lambda}{NA}$$

$$d = \frac{1.22\lambda}{NA}$$

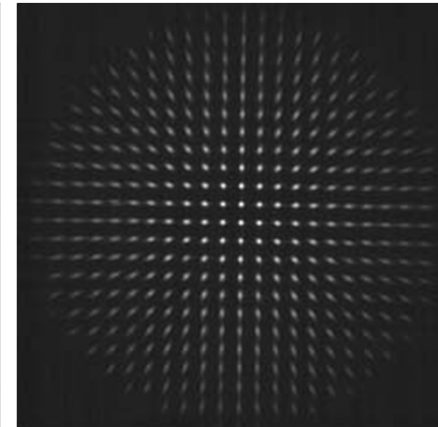


Οπτικά Σφάλματα(Aberrations)



- **Σφάλματα**

- Χρωματικά (Chromatic)
- Σφαιρικά (Spherical)
- Οριακός Αστιγματισμός (Marginal Astigmatism)
- Κόμη (Coma)
- Καμπύλωση Πεδίου (Curvature of Field)
- Διαστρόφη (Distortion)
- Βινιετάρισμα (Vignetting)



Φακοί ως Μετασχηματιστές Fourier



- Στο πεδίο Fourier

- $r_F = \rho \lambda f$ όπου $\rho = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2}$

- Σε μια διάσταση

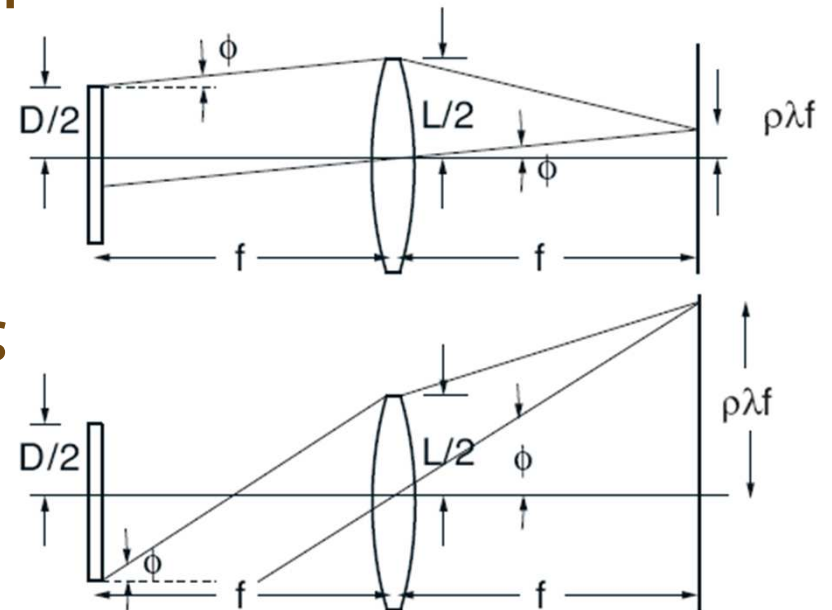
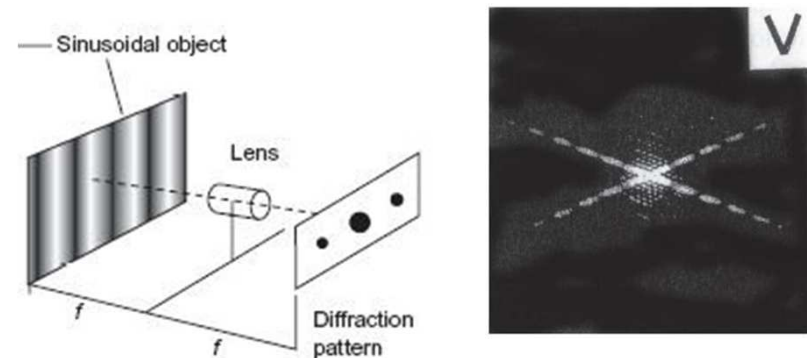
- $d_F = \rho \lambda f$ όπου $\rho = f_X$

- Μέγιστη συχνότητα όπου ο μετασχηματισμός έχει τη σωστή ένταση

$$\rho = \frac{1}{\lambda f} \left(\frac{L}{2} - \frac{D}{2} \right)$$

- Συχνότητα στην οποία ο μετασχηματισμός εξαφανίζεται εντελώς

$$\rho = \frac{1}{\lambda f} \left(\frac{L}{2} + \frac{D}{2} \right)$$

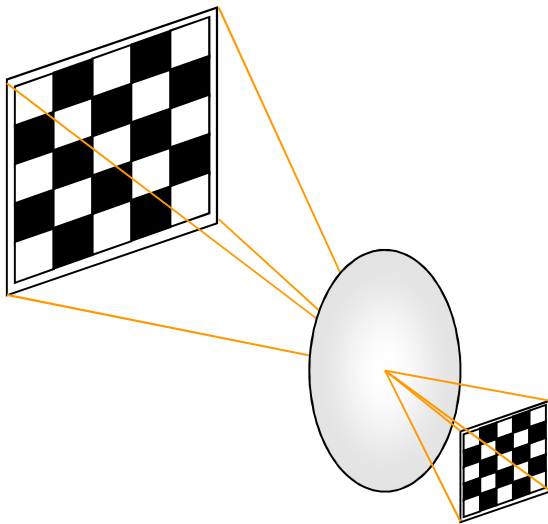


Παράδειγμα 1



- **Πρόβλημα**

- Σχεδιάστε μια κάμερα η οποία να έχει ένα οπτικό πεδίο 1 m x1 m και ευκρίνεια 1 mm. Για αυτή τη κάμερα, χρησιμοποιήστε φακούς c-mount ($s_i = 17$ mm) και το μικρότερο δυνατό CCD. Τα CCD έχουν μέγεθος pixel 8 μ m και διάκενο 2 μ m.

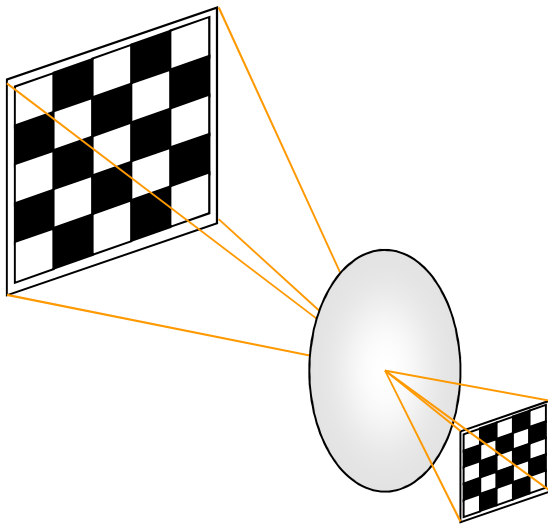


Παράδειγμα 1



- **Πρόβλημα**

- Σχεδιάστε μια κάμερα η οποία να έχει ένα οπτικό πεδίο 1 m x1 m και ευκρίνεια 1 mm. Για αυτή τη κάμερα, χρησιμοποιήστε φακούς c-mount ($s_i = 17 \text{ mm}$) και το μικρότερο δυνατό CCD.
- **Πόσα pixel πρέπει να έχει το CCD;**



$N = 1\text{m}/1\text{mm} \times 2$ (Nyquist) = 2000 pixels
CCD $\rightarrow$ 4 MPixel (2048x2048)

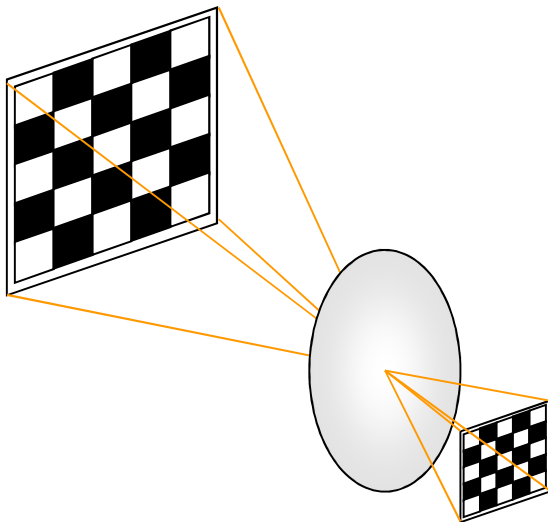
Παράδειγμα 1



- **Πρόβλημα**

- Σχεδιάστε μια κάμερα η οποία να έχει ένα οπτικό πεδίο 1 m x1 m και ευκρίνεια 1 mm. Για αυτή τη κάμερα, χρησιμοποιήστε φακούς c-mount ($s_i = 17$ mm) και το μικρότερο δυνατό CCD.

- **Ποιο φακό θα χρησιμοποιήσετε;**



$$A_i = (2048 \times 10 \mu\text{m}) \times (2048 \times 10 \mu\text{m}) \\ = 2 \times 2 \text{ cm}$$

$$M = 2 \text{ cm} / 1 \text{ m} = 2 \times 10^{-2}$$

$$s_i = 17 \text{ mm (c-mount)}$$

$$s_o = s/M = 85 \text{ cm}$$

$$f = 16,67 \text{ mm}$$

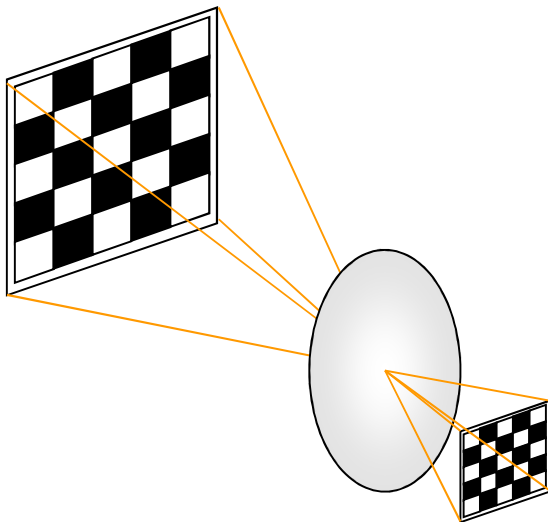
Παράδειγμα 1



- **Πρόβλημα**

- Σχεδιάστε μια κάμερα η οποία να έχει ένα οπτικό πεδίο 1 m x 1 m και ευκρίνεια 1 mm. Για αυτή τη κάμερα, χρησιμοποιήστε φακούς c-mount ($s_i = 17 \text{ mm}$) και το μικρότερο δυνατό CCD.

- **Είναι η ευκρίνεια οπτικά εφικτή;**



$$d = M \times 1 \text{ mm} = 2 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$D = 2.44 \lambda s_i / d = 1.3 \text{ mm}$$

Οποιοσδήποτε φακός με πάνω από 1.3 mm διάμετρο

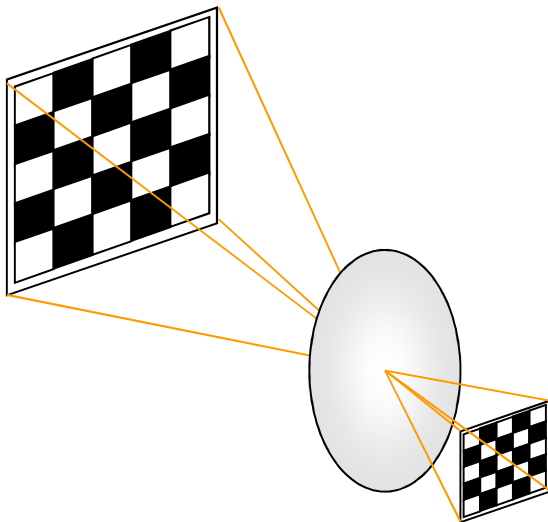
Για μικροσκοπικά αντικείμενα η διάμετρος του φακού μπορεί να είναι απαγορευτική!

Παράδειγμα 1



- **Πρόβλημα**

- Σχεδιάστε μια κάμερα η οποία να έχει ένα οπτικό πεδίο 1 m x1 m και ευκρίνεια 1 mm. Για αυτή τη κάμερα, χρησιμοποιήστε φακούς c-mount ($s_i = 17$ mm) και το μικρότερο δυνατό CCD.
- **Είναι το σύστημα πρακτικά εφικτό;**



$f = 16,67$ mm δεν υπάρχουν στο εμπόριο

Επανα-υπολογισμός του συστήματος

$f = 15$ mm

$S_i = 17$ mm

Από τις εξισώσεις

$S_o = 127.5$ mm

$M = 0.133$

Μέγεθος κάμερας

13.3 x 13.3 cm

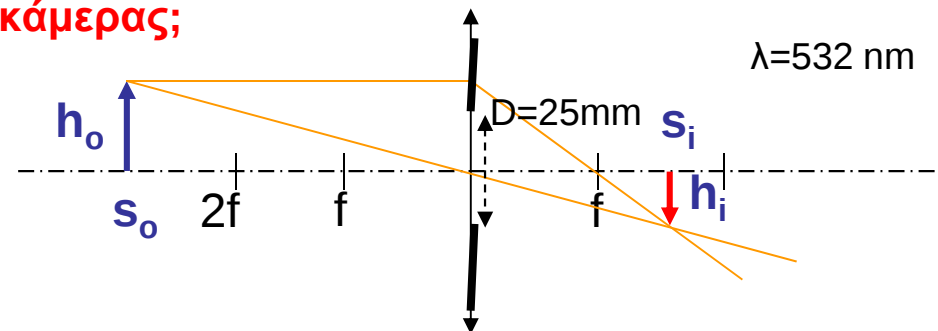
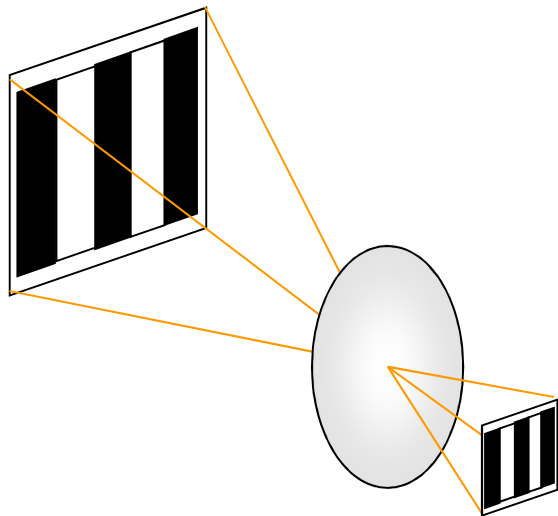
Για α έχομε τα απαραίτητα pixel χρειαζόμαστε μια κάμερα 13,3 MP ή μια κάμερα με λιγότερα pixel μεγαλύτερου μεγέθους

Παράδειγμα 2



- **Πρόβλημα**

- Μια κάμερα CCD, με διαστάσεις 7x7 mm και 1024x1024 στοιχεία, εστιάζεται σε μια τετράγωνη, επίπεδη επιφάνεια, που βρίσκεται 0,5 m μακριά. Η κάμερα είναι εξοπλισμένη με ένα φακό 35-χιλιοστών. (Σημείωση: Μοντελοποιήστε τη διαδικασία απεικόνισης ως σύστημα ενός φακού, με την απόσταση του ειδώλου από το φακό να είναι 35mm)
- **Πόση είναι η οπτική ευκρίνεια της κάμερας;**



$$d = \frac{2.44 f \lambda}{D}$$

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{35 \times 500}{35 + 500} = 32.7 \text{ mm}$$

$$d_i = \frac{2.44 (32.7 \text{ mm}) (532 \text{ nm})}{25 \text{ mm}} = 1.70 \mu\text{m}$$

$$M = \frac{h_i}{h_o} = \frac{s_i}{s_o} \Rightarrow d_o = \frac{s_o}{s_i} d_i = \frac{500}{35} 1.70 = 24.29 \mu\text{m}$$

Παράδειγμα 2

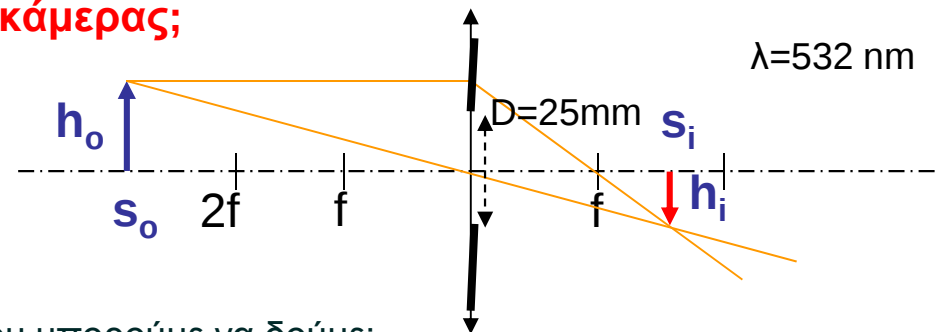


- **Πρόβλημα**

- Μια κάμερα CCD, με διαστάσεις 7x7 mm και 1024x1024 στοιχεία, εστιάζεται σε μια τετράγωνη, επίπεδη επιφάνεια, που βρίσκεται 0,5 m μακριά. Η κάμερα είναι εξοπλισμένη με ένα φακό 35-χιλιοστών. (Σημείωση: Μοντελοποιήστε τη διαδικασία απεικόνισης ως σύστημα ενός φακού, με την απόσταση του ειδώλου από το φακό να είναι 35mm)

- **Πόση είναι η οπτική ευκρίνεια της κάμερας;**

$$d_o = \frac{2.44 f \lambda}{D} \frac{1}{M} = 24.29 \mu m$$



- Πόσο είναι το πιο μικρό χαρακτηριστικό που μπορούμε να δούμε;
 - 24.29 μm
- Τι μπορούμε να κάνουμε για να βελτιώσουμε την ευκρίνεια;
 - $f \downarrow$, $D \uparrow$, $\lambda \downarrow$
- Τι θα γίνει αν μειώσουμε την εστιακή απόσταση;
 - Καλύτερη ευκρίνεια, αλλά ...
 - $R \downarrow \rightarrow$ σφαιροειδείς φακοί $\rightarrow$ μικρή διάμετρος και οπτικά σφάλματα
- Τι θα γίνει αν αυξήσουμε τη διάμετρο;
 - Καλύτερη ευκρίνεια, αλλά ...
 - Βάθος εστίασης (z) $\downarrow$, Υπερβολική ένταση φωτός στο CCD
- Πως επηρεάζει την ευκρίνεια η παρουσία άλλων λ ;
 - Πολλαπλά $\lambda \rightarrow$ χρωματικά σφάλματα $\rightarrow$ Διπλοί, τριπλοί, πολλαπλοί φακοί

Παράδειγμα 2



- **Πρόβλημα**

- Μια κάμερα CCD, με διαστάσεις 7x7 mm και 1024x1024 στοιχεία, εστιάζεται σε μια τετράγωνη, επίπεδη επιφάνεια, που βρίσκεται 0,5 m μακριά. Η κάμερα είναι εξοπλισμένη με ένα φακό 35-χιλιοστών. (Σημείωση: Μοντελοποιήστε τη διαδικασία απεικόνισης ως σύστημα ενός φακού, με την απόσταση του ειδώλου από το φακό να είναι 35mm)
- **Είναι αρκετή η ευκρίνεια του CCD (1024x1024);**

$$d_o = \frac{2.44 f \lambda}{D} M = 24.29 \mu m$$

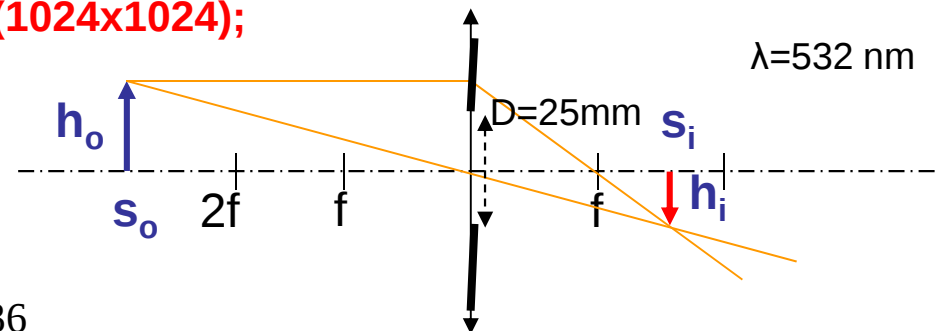
$$N = 2 \frac{L_{CCD}}{d_i} = 2 \frac{7mm}{1.70 \mu m} = 8235.29 = 8236$$

Δεν έχουμε αρκετά pixels για να δούμε την οπτική ευκρίνεια!

Ποια είναι η καλύτερη ευκρίνεια που μας επιτρέπει το CCD;

$$\tilde{d}_i = \frac{7mm}{1024} = 6.84 \mu m$$

$$\tilde{d}_o = \frac{\tilde{d}_i}{M} = \frac{500}{35} 6.84 = 97.71 \mu m$$



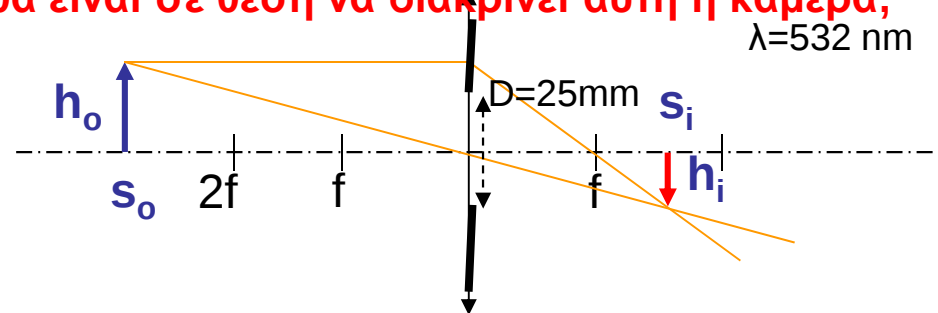
Παράδειγμα 2



- **Πρόβλημα**

- Μια κάμερα CCD, με διαστάσεις 7x7 mm και 1024x1024 στοιχεία, εστιάζεται σε μια τετράγωνη, επίπεδη επιφάνεια, που βρίσκεται 0,5 m μακριά. Η κάμερα είναι εξοπλισμένη με ένα φακό 35-χιλιοστών. (Σημείωση: Μοντελοποιήστε τη διαδικασία απεικόνισης ως σύστημα ενός φακού, με την απόσταση του ειδώλου από το φακό να είναι 35mm)
- **Πόσα ζευγάρια γραμμών ανά mm θα είναι σε θέση να διακρίνει αυτή η κάμερα;**

$$\tilde{d}_o = \frac{\tilde{d}_i}{M} = \frac{500}{35} 6.84 = 97.71 \mu m$$



Πλάτος ενός ζεύγους γραμμών = 2 σημεία (ένα μαύρο και ένα άσπρο)

$$LinePair = 2\tilde{d}_o$$

$$Lines / mm = \frac{1}{2\tilde{d}_o} = \frac{1}{2 \times 97.71 \mu m} = 5.12 \approx 5 lines / mm$$

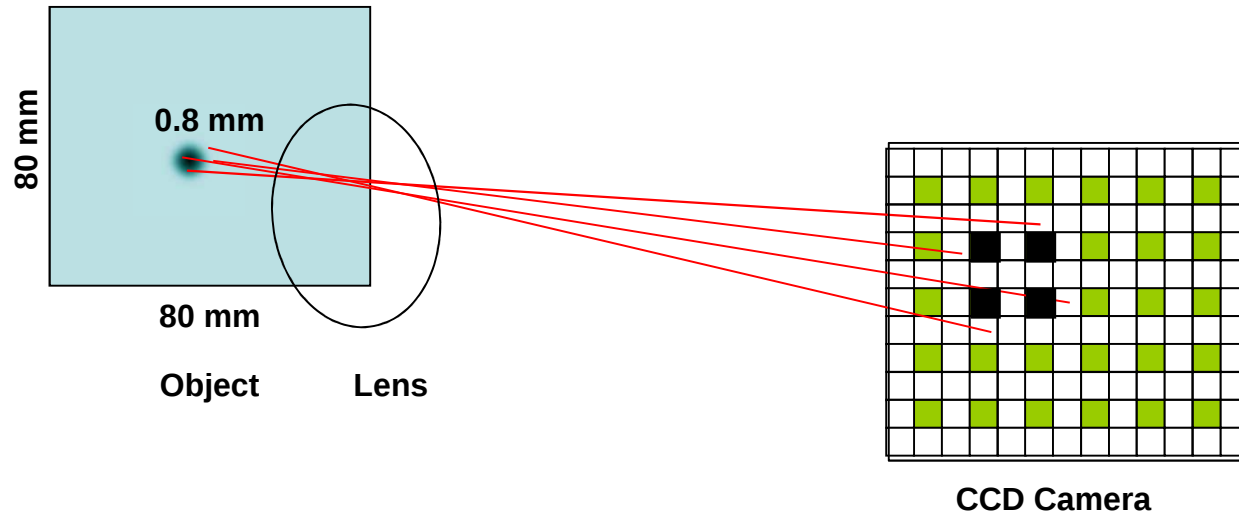
Παράδειγμα 3



- **Πρόβλημα**

- Ένα εργοστάσιο παράγει μια σειρά από μικρές ημιδιαφανείς πλάκες από πολυμερές. Αυστηρές απαιτήσεις ποιότητας υπαγορεύουν 100% οπτική επιθεώρηση και ο διευθυντής του εργοστασίου βρίσκει τη χρήση ανθρώπων για αυτόν τον σκοπό όλο και πιο ακριβή. Η επιθεώρηση είναι ημι-αυτοματοποιημένη. Σε κάθε σταθμό επιθεώρησης, ένας ρομποτικός μηχανισμός τοποθετεί κάθε πλάκα από πολυμερές πάνω από ένα φως που βρίσκεται κάτω από ένα οπτικό σύστημα που παράγει μια μεγεθυμένη εικόνα της πλάκας. Η εικόνα γεμίζει πλήρως την οθόνη προβολής με διαστάσεις 80x80 mm. Τα ελαττώματα εμφανίζονται ως σκούρες κυκλικές κηλίδες, και η δουλειά του επιθεωρητή είναι να κοιτάξει την οθόνη και να απορρίψει κάθε δείγμα που έχει μία ή περισσότερες από αυτές τις σκοτεινές κηλίδες με διάμετρο 0,8 mm ή μεγαλύτερο, όπως μετράται με την κλίμακα της οθόνης. Ο διευθυντής πιστεύει ότι, αν μπορεί να βρει έναν τρόπο για να αυτοματοποιήσει πλήρως τη διαδικασία, θα αυξήσει τα κέρδη κατά 50%. Πιστεύει επίσης ότι η επιτυχία σε αυτό το σχέδιο θα τον βοηθήσει να ανεβεί πιο ψηλά στην εταιρία. Μετά από αρκετή διερεύνηση, ο διευθυντής αποφασίζει ότι ο τρόπος για να λυθεί το πρόβλημα είναι η κάθε οθόνη ελέγχου να παρατηρείται από μια κάμερα CCD και να τροφοδοτείται η έξοδος της κάμερας σε ένα σύστημα επεξεργασίας εικόνας που να μπορεί να ανιχνεύει τις κηλίδες, να μετρά της διαμέτρου τους, και να ενεργοποιεί τα κουμπιά αποδοχής / απόρριψης που στο παρελθόν τα χειριζόταν ένας επιθεωρητής. Ένα σύστημα θα μπορεί να κάνει αυτή τη δουλειά, φτάνει το μικρότερο ελάττωμα να καταλαμβάνει έκταση τουλάχιστον 2x2 στοιχεία στην ψηφιακή εικόνα. Ο διευθυντής σας προσλαμβάνει για να βοηθήσετε να καθοριστεί η κάμερα και το σύστημα φακών, αλλά απαιτεί τη χρήση έτοιμων εξαρτημάτων. Για τους φακούς, υποθέτουμε ότι αυτός ο περιορισμός εννοεί κάθε ακέραιο πολλαπλάσιο των 25 mm, 35 mm έως 200 mm. Για τις κάμερες, αυτό σημαίνει ότι τα μέγεθος 128x128, 256x256, 512x512, 1024x1024 στοιχεία. Τα επιμέρους στοιχεία απεικόνισης σε αυτές τις κάμερες είναι τετράγωνα διαστάσεων 8x8 μm , με τα διαστήματα μεταξύ των στοιχείων απεικόνισης να είναι 2 μm . Για την εφαρμογή αυτή, οι κάμερες κοστίζουν πολύ περισσότερο από τους φακούς, ώστε το πρόβλημα πρέπει να λυθεί με την κάμερα χαμηλότερης δυνατής ανάλυσης, με βάση την επιλογή των φακών. Ως σύμβουλος, θα είναι να παράσχετε μια γραπτή σύσταση, στην οποία να αναφέρεται λεπτομερώς η λογική της ανάλυσης που οδήγησε στο συμπέρασμά σας. Χρησιμοποιήστε την ίδια γεωμετρία απεικόνισης όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα.

Παράδειγμα 3



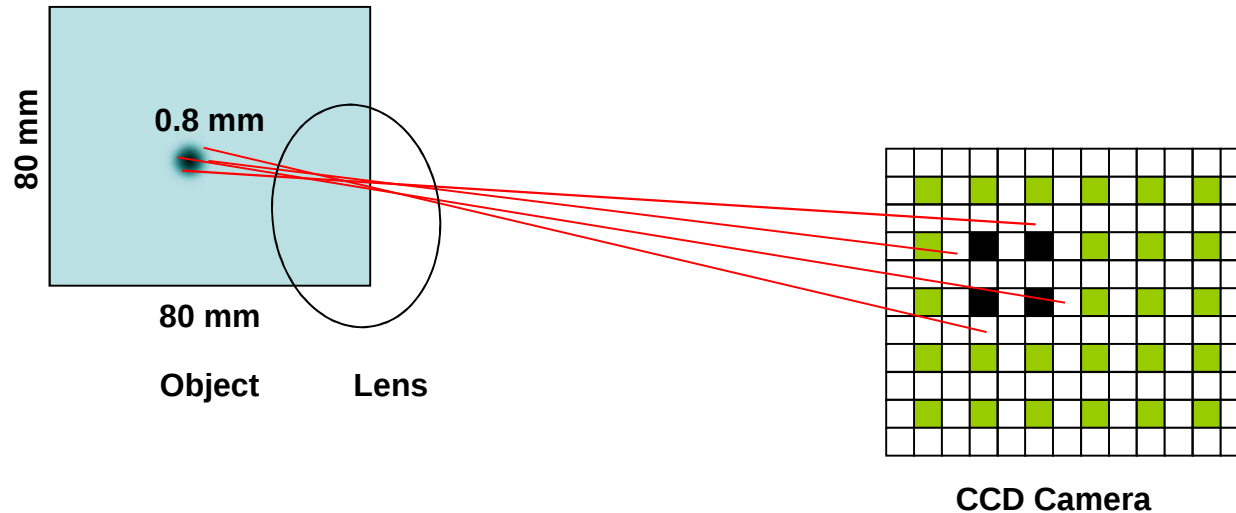
- Πόσο μεγάλη πρέπει να είναι η κηλίδα στη κάμερα;
 - Η κηλίδα πρέπει να έχει εμβαδό 2x2 pixel (συμπεριλαμβανομένου του διάκενου)
- Πόση πρέπει να είναι η μεγέθυνση του φακού για να έχει η κηλίδα το πιο πάνω εμβαδό;

$$M = \frac{h_{blobimage}}{h_{blob}} = \frac{(8 + 2 + 8)\mu m}{0.8mm} = 0.0225$$

- Με αυτή τη μεγέθυνση, ποιο μέγεθος θα έχει το είδωλο όλης της οθόνης;

$$M = \frac{h_{image}}{h_{object}} = \frac{h_{image}}{80mm} = 0.0225 \Rightarrow h_{image} = 1.8mm$$

Παράδειγμα 3



- Με αυτή τη μεγέθυνση, ποιο μέγεθος θα έχει το είδωλο όλης της οθόνης;

$$M = \frac{h_{image}}{h_{object}} = \frac{h_{image}}{80mm} = 0.0225 \Rightarrow h_{image} = 1.8mm$$

Ποια είναι η μικρότερη δυνατή κάμερα που μπορεί να απεικονίσει όλη την οθόνη;

- Για κάμερα 128x128

$$h_{camera} = (NumOfPixels)(SizeOfPixel + Space)$$

$$h_{camera} = 128(8\mu m + 2\mu m) = 1.28mm$$

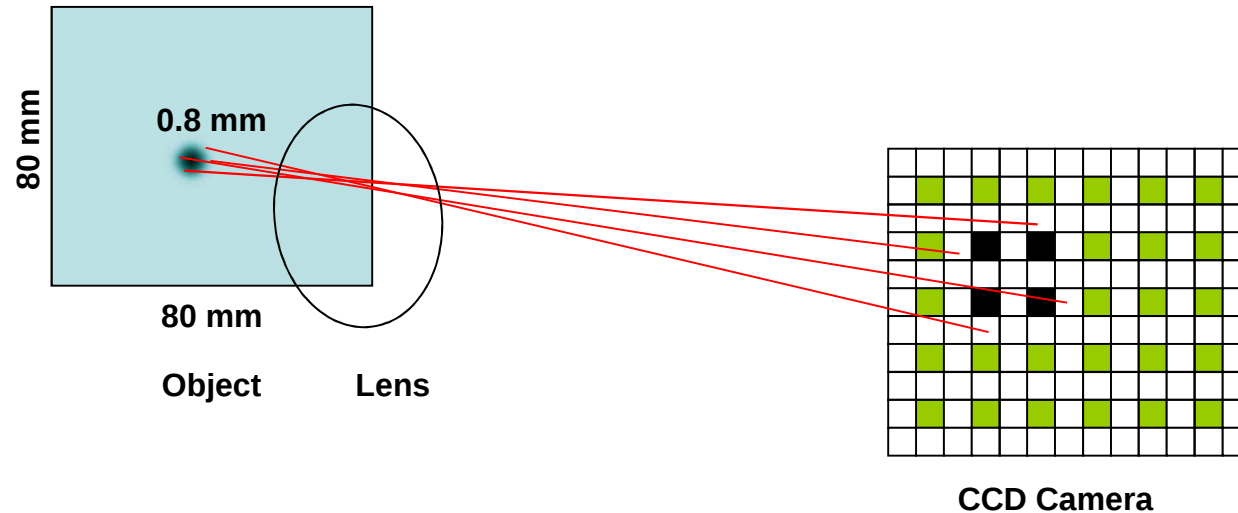
256x256

$$h_{camera} = (NumOfPixels)(SizeOfPixel + Space)$$

$$h_{camera} = 256(8\mu m + 2\mu m) = 2.56mm$$

- Άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια κάμερα 256x256

Παράδειγμα 3

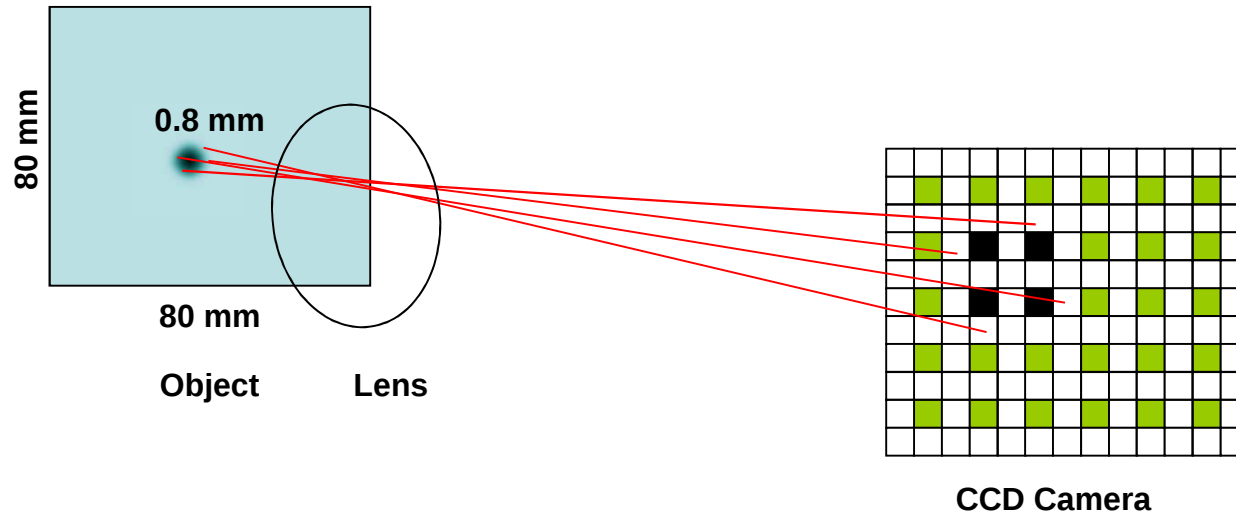


- Ποιος είναι ο κατάλληλος φακός για το σύστημα;
 - Ο κατάλληλος φακός είναι αυτός που επιτρέπει ένα πρακτικό σύστημα (η f συνήθως τιμή, τα s_o και s_i ούτε πολύ μικρά ούτε πολύ μεγάλα.)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_i} + \frac{1}{s_o} = \frac{1}{s_i} + \frac{M}{s_i} \Rightarrow s_i = f(1 + M)$$

$$f = 25\text{mm}, s_i = 25.56\text{mm}, s_o = 1.136\text{m}$$

Παράδειγμα 3



- Ποια διάμετρο πρέπει να έχει ο φακός;

- Πρέπει να μπορούμε να διακρίνουμε δυο διπλανές κηλίδες τη μια από την άλλη.

$$d = \frac{2.44\lambda s}{D} \leq \frac{h_{blobimage}}{2} \Rightarrow D \geq \frac{4.88\lambda s}{h_{blobimage}} = \frac{4.88(500nm)(25.56mm)}{16\mu m} \Rightarrow D \geq 3.9mm$$

- Οποιοσδήποτε φακός με διάμετρο 10, 12.5, or 25 mm (συνήθη μεγέθη) θα ήταν κατάλληλος για αυτή τη περίπτωση

Παράδειγμα 4

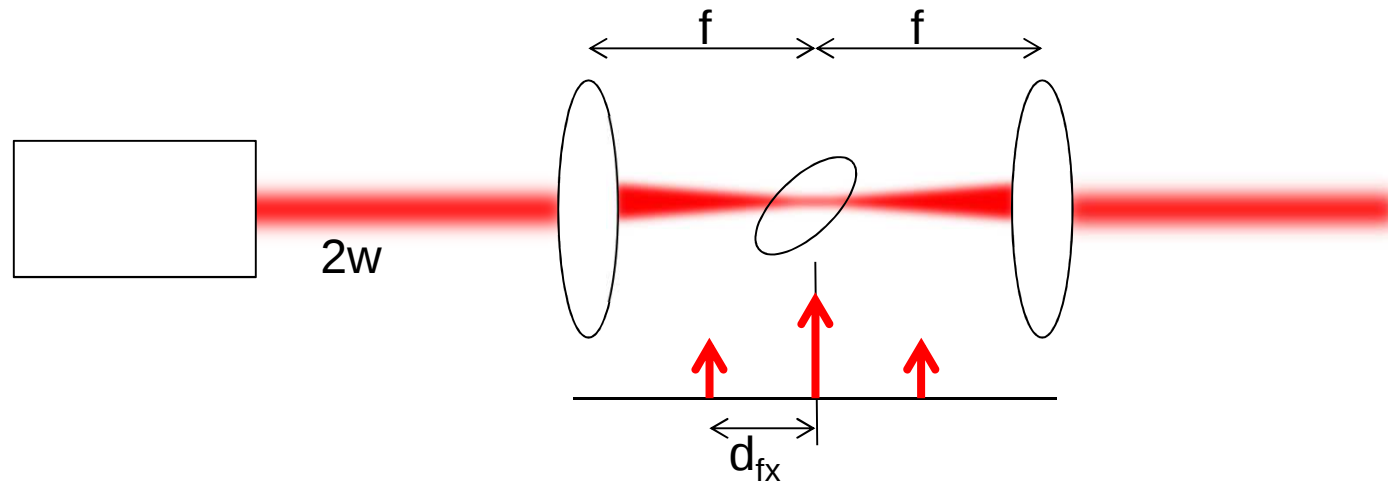


- **Πρόβλημα**

- Για μια εφαρμογή απεικόνισης μεγάλης ακρίβειας χρειαζόμαστε φωτισμό ο οποίος αν είναι μια καθαρή γκαουσιανή ακτίνα ώστε ο φωτισμός να μην επηρεάζει καθόλου την εικόνα των λεπτομερειών του αντικειμένου στο είδωλο. Δυστυχώς το λέιζερ δεν παράγει ομοιόμορφη ακτίνα. Η ακτίνα αυτή περιέχει ημιτονοειδή θόρυβο ο οποίος έχει συχνότητα 4 κύκλους/mm. Πως θα μπορούσαμε να βελτιώσουμε την ποιότητα της ακτίνας; Αν η ακτίνα περιείχε πολλές συχνότητες από DC μέχρι και 8 κύκλους/mm, πως θα μπορούσαμε να διασφαλίσουμε ότι παίρνουμε το μέγιστο δυνατό φως από το DC απορρίπτοντας ταυτόχρονα όσες περισσότερες άλλες συχνότητες μπορούμε;

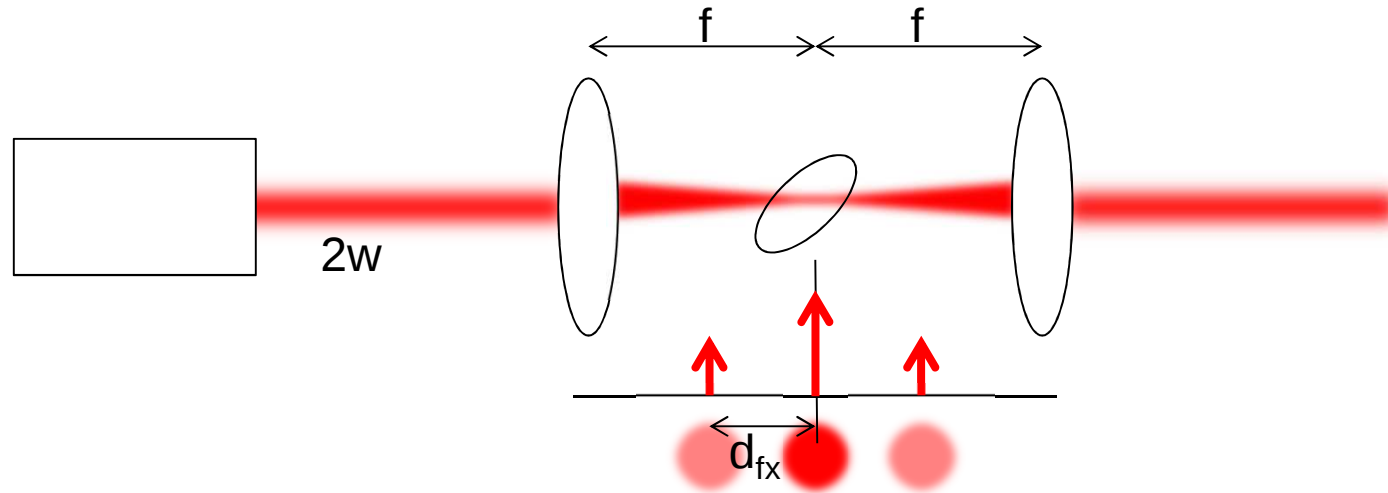
Η διάμετρος της ακτίνας είναι 2 mm και έχουμε στη διάθεση μας φακούς με διάμετρο 25 mm και εστιακή απόσταση 50 mm και ίριδες

Παράδειγμα 4



- Πως μπορούμε να ξεχωρίσουμε τις χωρικές συχνότητες;
 - Με σύστημα Fourier
- Που θα βρίσκεται το DC στο επίπεδο Fourier;
$$d_{Fx} = f_x \lambda f = 0 \mu m$$
- Που θα βρίσκεται η συχνότητα 4 κύκλοι/mm στο επίπεδο Fourier;
$$d_{Fx} = f_x \lambda f = 4 mm^{-1} \times 532 nm \times 50 mm = 106.4 \mu m$$

Παράδειγμα 4



- Ποια είναι η διάμετρος ενός δ ;

$$d_{\delta} = 2w_0 = \frac{2.54 f \lambda}{2w} = \frac{2.54 \times 50 \text{ mm} \times 532 \text{ nm}}{2 \text{ mm}} = 33.78 \mu\text{m}$$

- Πως μπορούμε να αφαιρέσουμε τη συχνότητα 4 mm^{-1} ;
 - Με μια ίριδα στο επίπεδο Fourier, θέτοντας τη διάμετρο μεταξύ 17 και $(106-17) \mu\text{m}$ (π.χ. $50 \mu\text{m}$)
- Πως μπορούμε να κρατήσουμε το DC και ταυτόχρονα να αφαιρέσουμε όσο το δυνατό περισσότερες συχνότητες;
 - Με μια ίριδα στο επίπεδο Fourier, θέτοντας τη διάμετρο $33.78 \mu\text{m}$.