



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών
Υπολογιστών

Εργαστήριο Κυκλωμάτων και Μετρήσεων

Εργαστήριο 5
Γραμμικότητα (Linearity), Αναλογικότητα (Proportionality),
και Επαλληλία (Superposition)

Λευκωσία, 2010

Εργαστήριο 5

Γραμμικότητα (Linearity), Αναλογικότητα (Proportionality), και Επαλληλία (Superposition)

Σκοπός:

Σκοπός του εργαστηρίου αυτού είναι

- Διερεύνηση της έννοιας της γραμμικότητας και μέτρηση παραμέτρων στα κυκλώματα για να καθοριστεί εάν σχετίζονται γραμμικά.
- Διερεύνηση της έννοιας της αναλογικότητας και μέτρηση παραμέτρων στα κυκλώματα για να βρεθούν οι σταθερές αναλογικότητας.
- Επαλήθευση του θεωρήματος της επαλληλίας.
- Μια πρώτη επαφή με τις διόδους

Εργαστηριακός Εξοπλισμός

- Ψηφιακό Πολύμετρο (DMM Multimeter)
- Πηγή Τάσης
- Πλακέτα Κατασκευής Κυκλωμάτων (Breadboard)
- Σετ καλωδίων
- Αντιστάσεις:
 - 1x3.9, 1x4.7, 1x6.2, 5x10 kΩ.
 - 2x1kΩ, 2x6.2kΩ, 2x15kΩ, 2x27kΩ
- Δίοδος

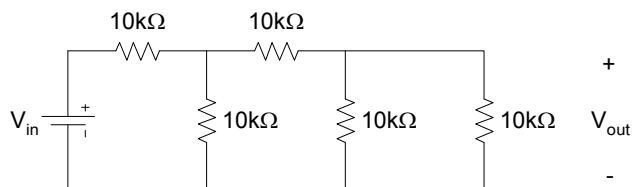
Προπαρασκευαστική Μελέτη

Πριν την παρακολούθηση του εργαστηρίου απαιτείται η μελέτη των

- Εργαστήριο 5 - Γραμμικότητα (Linearity), Αναλογικότητα (Proportionality), και Επαλληλία (Superposition)

Πρόβλημα 5.1

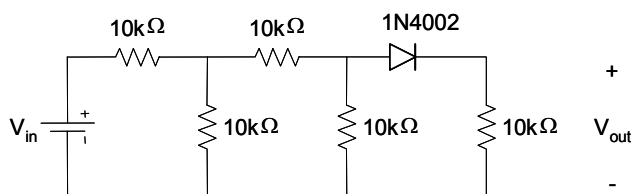
Υλοποιήστε το πιο κάτω κύκλωμα σε PSPICE με την V_{in} να μεταβάλλεται από -14V ως 14V κατά 2V. Τυπώστε τη γραφική παράσταση της V_{out} ως προς V_{in} . Υπολογίστε τη σταθερά αναλογικότητας που συνδέει την τάση εξαγωγής με την τάση εισαγωγής, $k=\Delta V_{out}/\Delta V_{in}$. Είναι η ίδια για όλα τα V_{in} ;



Σχήμα P1: Κύκλωμα για πρόβλημα 1.

Πρόβλημα 5.2

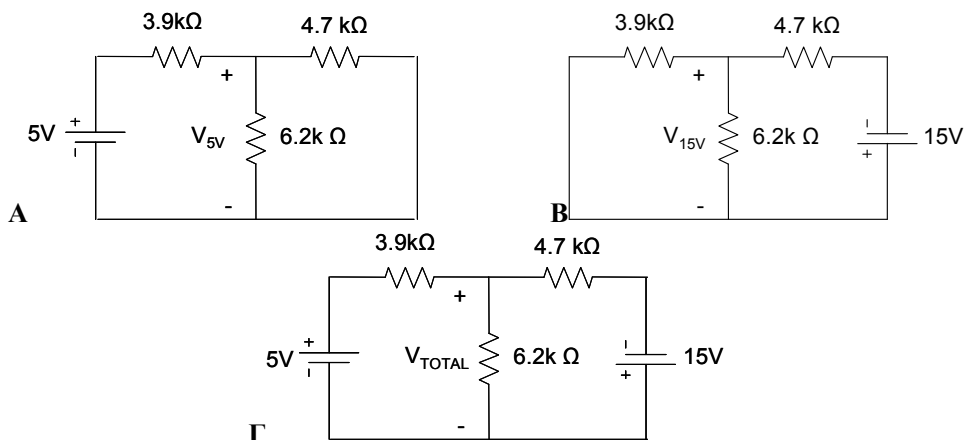
Υλοποιήστε το πιο κάτω κύκλωμα σε PSPICE με την V_{in} να μεταβάλλεται από -14V ως 14V κατά 2V. Τυπώστε τη γραφική παράσταση της V_{out} ως προς V_{in} . Υπολογίστε τη σταθερά αναλογικότητας που συνδέει την τάση εξαγωγής με την τάση εισαγωγής, $k=\Delta V_{out}/\Delta V_{in}$ για $V_{in} < 0$ V και $V_{in} > 2$ V. Είναι η ίδια για όλα τα V_{in} ;



Σχήμα P2: Κύκλωμα για πρόβλημα 2.

Πρόβλημα 5.3

Υλοποιήστε το πιο κάτω κύκλωμα σε PSPICE και υπολογίστε τις τάσεις V_{5V} , V_{15V} , V_{TOTAL} όπως φαίνονται στα σχήματα P3, A, B και Γ αντίστοιχα. Ισχύει ότι $V_{tot}=V_{5V}+V_{15V}$;

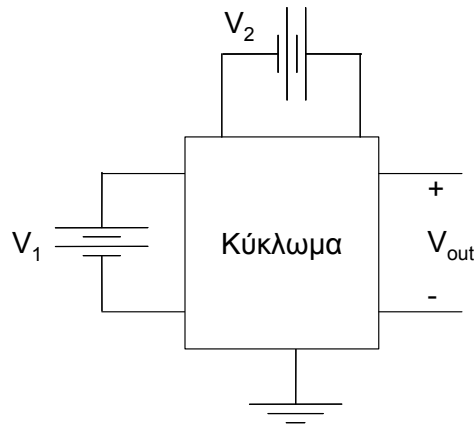


Σχήμα P3: Κύκλωμα για πρόβλημα 3.

Θεωρία

Γραμμικότητα (Linearity), Αναλογικότητα (Proportionality), και Επαλληλία (Superposition)

Αυτό το πείραμα είναι μια εισαγωγή στην έννοια της γραμμικότητας την οποία θα μελετήσετε σε βάθος στο μάθημα “Σήματα και Συστήματα.”



Για να είναι το πιο πάνω κύκλωμα γραμμικό πρέπει:

- Η τιμή εξόδου (τάση ή ρεύμα) να είναι ανάλογη με την τιμή της πηγής

$$V_{out}(aV_1) = a V_{out}(V_1) + b$$

- Η ολική απόκριση του κυκλώματος να είναι ίση με το άθροισμα των αποτελεσμάτων των επιμέρους πηγών

$$V_{out}(V_1+V_2) = V_{out}(V_1) + V_{out}(V_2)$$

Η πρώτη σχέση ονομάζεται “αναλογικότητα”. Σε ένα γραμμικό σύστημα, αυτό σημαίνει ότι εάν αυξήσετε το σήμα εισαγωγής (input), η αύξηση στο σήμα εξαγωγής (output) είναι ανάλογη με την αύξηση της εισαγωγής. Με άλλα λόγια, όταν αυξήσετε την ένταση του ήχου στο στερεοφωνικό σύστημά σας στο 10, θα ακούσετε 10 φορές πιο δυνατό ήχο παρά με το δείκτη στο 1.

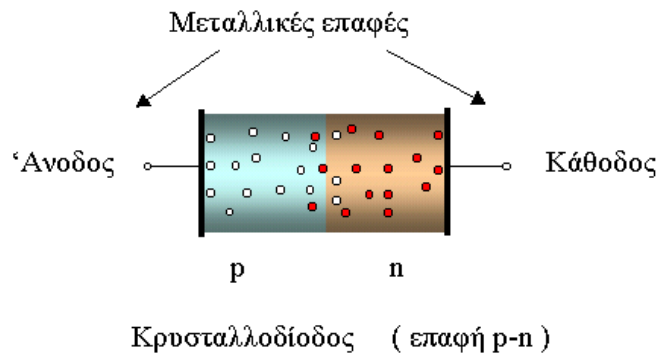
Η δεύτερη σχέση ονομάζεται “επαλληλία”. Σε οποιοδήποτε γραμμικό ηλεκτρικό κύκλωμα, οποιαδήποτε τάση ή ρεύμα μπορεί να υπολογιστεί ως το άθροισμα της συνεισφοράς κάθε πηγής σε εκείνη τη τάση ή ρεύμα. Για παράδειγμα, αν ένα ηχητικό σύστημα διαθέτει δύο μικρόφωνα από τα οποία μιλούν δύο ομιλητές ταυτόχρονα, το ακροατήριο θα ακούει ένα συνδυασμό των δύο. Ο συνδυασμός αυτός είναι το αποτέλεσμα του αθροίσματος των δύο ομιλητών και θα ήταν ο ίδιος αν ο καθένας μιλούσε ξεχωριστά και το αποτέλεσμα αθροιζόταν. Με άλλα λόγια, θα ακούγονται και οι δύο εξίσου καλά και το γεγονός ότι μιλάει ο ένας δεν θα επηρεάζει τον άλλο.

Η γραμμικότητα είναι μια ιδιότητα συστημάτων που είναι πολύ επιθυμητή. Πάρτε για παράδειγμα ένα αεροπλάνο (σύστημα). Θα θέλατε να πιστεύετε ότι είτε ταξιδεύατε με 100 kmph είτε με 1000 kmph το αεροπλάνο θα μπορούσε να αντιδράσει (σήμα εξόδου - output) στους χειρισμούς του πιλότου (σήμα εισόδου - input) με τον ίδιο τρόπο. Αυτό είναι ένα γραμμικό σύστημα. Έχει τις ίδιες σταθερές γραμμικές ιδιότητες ανεξάρτητα του χρόνου ή του σήματος εισόδου. Ένα πραγματικό γραμμικό σύστημα μπορεί να έχει μεγέθη που μεταβάλλονται με το χρόνο (ταχύτητα, μάζα) εφ' όσον συμπεριφέρονται στο σύστημα όπως μια σταθερά. Στην πραγματικότητα, το αεροπλάνο είναι μια ιδιαίτερα σύνθετη ομαδοποίηση πολλών γραμμικών και μη γραμμικών συστημάτων. Μπορούμε όμως

να το μελετήσουμε ως γραμμικό σύστημα για ένα συγκεκριμένο και περιορισμένο εύρος συνθηκών λειτουργίας, π.χ. για ταχύτητες από 100 μέχρι 150 kmph. Ένα κύκλωμα που περιέχει μόνο αντιστάσεις και πηγές είναι ένας ειδικός τύπος γραμμικού κυκλώματος. Είναι ένα γραμμικό αλγεβρικό κύκλωμα επειδή όλα τα στοιχεία μπορούν να θεωρηθούν σταθερές. Ακόμα, όμως, και αν κάποιο κύκλωμα είναι μη-γραμμικό, μπορούμε να βρούμε ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών εισόδου μέσα στο οποίο συμπεριφέρεται ως γραμμικό.

Τι είναι η διόδος;

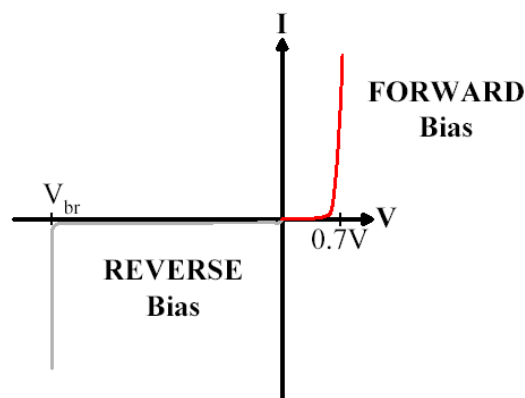
Η κρυσταλλοδίοδος είναι ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα που αποτελείται από δύο ημιαγωγούς προσμίξεως τύπου n και τύπου p που βρίσκονται σε επαφή όπως στο σχήμα. Χωρίς να μπούμε σε λεπτομέρειες μπορούμε να πούμε ότι η μεγάλη χρησιμότητα της διόδου βρίσκεται στην ικανότητά της να επιτρέπει τη διόδο ηλεκτρικού ρεύματος κατά τη μια φορά p - n (ορθή πόλωση) και να μην επιτρέπει τη διόδο ηλεκτρικού ρεύματος κατά την αντίθετη φορά n-p (ανάστροφη πόλωση) .



Η διόδος συμβολίζεται στα ηλεκτρονικά κυκλώματα με το παρακάτω σύμβολο



Η χαρακτηριστική μιας διόδου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα .



Χαρακτηριστικά μιας πραγματικής διόδου

Βλέπουμε ότι για να άγει μια διόδος πρέπει η τάση στα άκρα της να είναι ορθή και μεγαλύτερη από 0,5-0,7V. Ακόμα βλέπουμε ότι όταν η διόδος άγει, η τάση στα άκρα της είναι 0,5-0,7V δηλαδή τα άκρα της έχουν σχεδόν το ίδιο δυναμικό. Επίσης, αν θέσουμε την τάση στα άκρα της διόδου στην αντίστροφη κατεύθυνση και σε πολύ μεγάλες τάσεις (> 50-100V) τότε η διόδος άγει και πάλι.

Πειραματική Εργασία

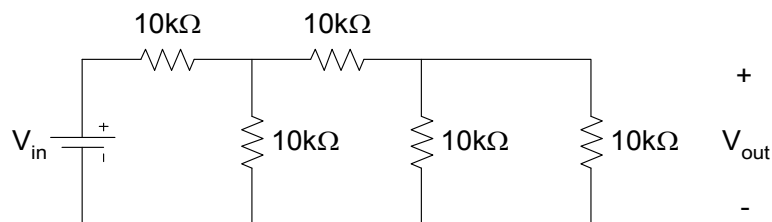
Εργαστηριακή Άσκηση 5.1 – Γραμμικότητα (Linearity) και Αναλογικότητα (Proportionality)

Στόχοι

- Μέτρηση παραμέτρων κυκλωμάτων για να καθοριστεί εάν σχετίζονται γραμμικά.
- Μέτρηση παραμέτρων κυκλωμάτων για να βρεθούν οι σταθερές αναλογικότητας.

Διαδικασία

1. Κατασκευάστε το κύκλωμα που παρουσιάζεται στο σχήμα 1.1



Σχήμα 1.1: Κύκλωμα για μελέτη της γραμμικότητας και αναλογικότητας.

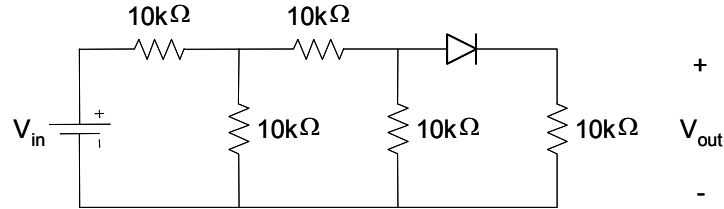
2. Για διαφορετικές τάσεις της V_{IN} , μεταξύ -15 V και 15 V, μετρήστε την τάση εξαγωγής V_{OUT} . Υπολογίστε τη σταθερά αναλογικότητας που συνδέει τη V_{IN} με τη V_{OUT} . Καταγράψτε τα αποτελέσματα στον πίνακα 1.1.

Πίνακας 1.1: Αποτελέσματα του κυκλώματος στο σχήμα 1.1.

Input Voltage V_{IN} (V)	Measured V_{IN} (V)	Output Voltage V_{OUT} (V)	Proportionality Constant $K = \Delta V_{OUT} / \Delta V_{IN}$
-15			
-10			
-5			
-2			
0			
+2			
5			
10			
15			

Σημείωση: Η κλίση μιας γραμμικής σχέσης είναι $k = \frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}} = \frac{V_{out}(V_2) - V_{out}(V_1)}{V_2 - V_1}$

3. Κατασκευάστε το κύκλωμα που παρουσιάζεται στο σχήμα 1.2



Σχήμα 1.2: Κύκλωμα για μελέτη της γραμμικότητας και αναλογικότητας.

4. Για διαφορετικές τάσεις της V_{IN} , μεταξύ -15 V και 15 V, μετρήστε την τάση εξαγωγής V_{OUT} . Υπολογίστε τη σταθερά αναλογικότητας που συνδέει τη V_{IN} με τη V_{OUT} . Καταγράψτε τα αποτελέσματα στον πίνακα 1.2.

Πίνακας 1.2: Αποτελέσματα του κυκλώματος στο σχήμα 1.2.

Input Voltage V_{IN} (V)	Measured V_{IN} (V)	Output Voltage V_{OUT} (V)	Proportionality Constant $K = \Delta V_{OUT} / \Delta V_{IN}$
-15			
-10			
-5			
-2			
0			
+2			
5			
10			
15			

Μετά-εργαστηριακή Εργασία

1. Κάνετε τη γραφική παράσταση των μετρήσεων στον πίνακα 1.1 και των υπολογισμών της σταθεράς αναλογικότητας από την προεργαστηριακή άσκηση στο ίδιο διάγραμμα. Ενώστε τις μετρήσεις με μια ευθεία γραμμή και σιγουρευτείτε ότι διακρίνονται οι μετρήσεις.
2. Κάνετε τη γραφική παράσταση των μετρήσεων στον πίνακα 1.2 και των υπολογισμών της σταθεράς αναλογικότητας από την προεργαστηριακή άσκηση στο ίδιο διάγραμμα. Ενώστε τις μετρήσεις με μια ευθεία γραμμή και σιγουρευτείτε ότι διακρίνονται οι μετρήσεις.
3. Για τα κυκλώματα των σχήματος 1.1 και 1.2, πώς οι μετρήσεις που έγιναν στο εργαστήριο συγκρίνονται με τις προβλεφθείσες τιμές που υπολογίστηκαν με το SPICE; Τι μπορείτε να πείτε για τη γραμμικότητα και αναλογικότητα των δυο κυκλωμάτων; Εξηγήστε οποιεσδήποτε διαφορές.
4. Υπάρχει κάποιο εύρος τιμών εισόδου μέσα στο οποίο το δεύτερο κύκλωμα συμπεριφέρεται ως γραμμικό;
5. Αν το σήμα εισόδου στο σχήμα 1.1 ήταν εναλλασσόμενο ημιτονοειδές κύμα 5 V peak to peak, σχεδιάστε την V_{in} και V_{out} . Ισχύει ακόμη η γραμμικότητα μεταξύ της V_{in} και V_{out} ?

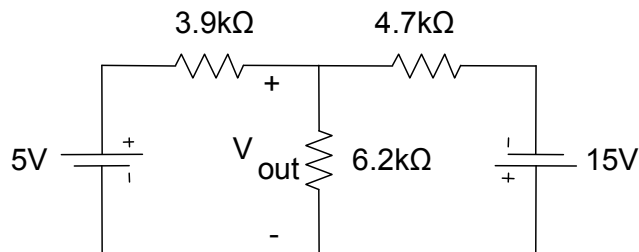
Εργαστηριακή Άσκηση 5.2 –Επαλληλία (Superposition)

Στόχος

- Η επαλήθευση του θεωρήματος της επαλληλίας.

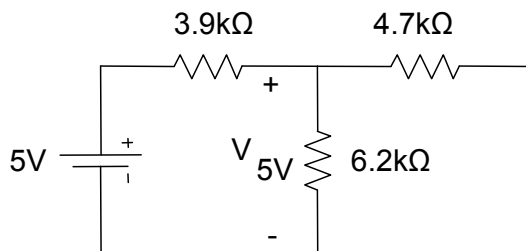
Διαδικασία

1. Θα ελέγξουμε τώρα το θεώρημα της επαλληλίας. Θα κατασκευάσουμε τρία κυκλώματα. Κατασκευάστε πρώτα το κύκλωμα στο σχήμα 2.1 και μετρήστε την V_{out} . Καταγράψτε τις μετρήσεις στον πίνακα 2.1. **Σημείωση:** Όταν συνδέετε στην εκπαιδευτική πλακέτα δύο ή περισσότερες πηγές συνεχούς τάσης με ανάστροφη πολικότητα (όπως στο σχήμα 2.1), θα πρέπει να αποφευχθεί η σύνδεση οποιουδήποτε καλωδίου με το ground (μαύρες υποδοχές GRD) της εκπαιδευτικής πλακέτας λόγω του ότι το ground είναι συνδεδεμένο με τη γη και αυτό θα προκαλέσει βραχυκύκλωμα και ίσως ζημιά στο κύκλωμά σας.



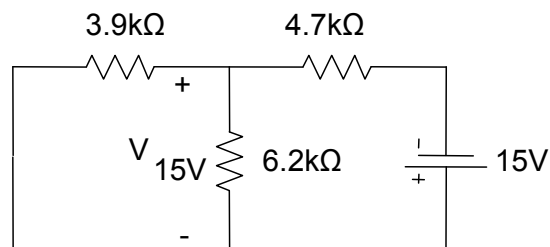
Σχήμα 2.1: Κύκλωμα για επαλήθευση της επαλληλίας.

2. Αντικαταστήστε την πηγή τάσης των 15 V με βραχυκύκλωμα όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2. Μετρήστε την τάση στα άκρα της 6.2 kΩ.



Σχήμα 2.2: Κύκλωμα για επαλήθευση της επαλληλίας.

3. Ξαναενώστε την πηγή τάσης των 15 V και αυτή τη φορά αντικαταστήστε την πηγή τάσης των 5 V με βραχυκύκλωμα. Μετρήστε την τάση στα άκρα της 6.2 kΩ όπως στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3: Κύκλωμα για επαλήθευση της επαλληλίας.

Πίνακας 2.1: Επαλήθευση της επαλληλίας.

Quantity	Measured Voltage (V)
V_{out}	
V_{5V}	
V_{15V}	

Μετά-εργαστηριακή Εργασία

1. Για κάθε ένα από τα τρία κυκλώματα που κατασκευάσατε για την επαλληλία, πόσο καλά συγκρίνονται τα αποτελέσματα με τις τιμές που υπολογίσατε στην προεργαστηριακή άσκηση; Εξηγήστε οποιεσδήποτε διαφορές.
2. Εάν κάθε μια από τις πηγές τάσης αυξάνονταν σε μέγεθος (όχι σε πολικότητα) κατά 1 V, ποια θα είχε μεγαλύτερη επίδραση στην τάση εξαγωγής; Εξηγήστε τα αποτελέσματά σας.

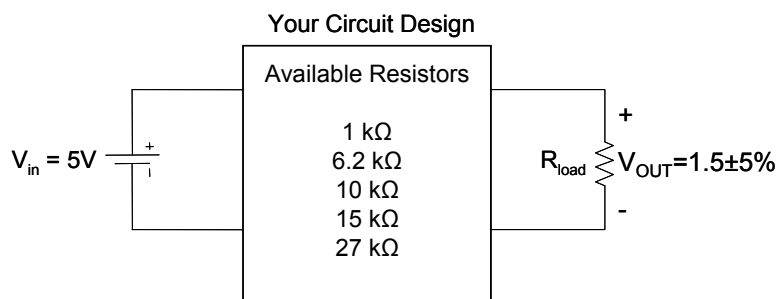
Εργαστηριακή Άσκηση 5.3 – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Στόχος

- Η εξοικείωση με το σχεδιασμό κυκλωμάτων με προκαθορισμένα χαρακτηριστικά.

Διαδικασία

Αυτό είναι ένα πρόβλημα σχεδιασμού. Ο στόχος σας είναι να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα που θα παραδώσει $1.5V \pm 5\%$ στα άκρα ενός φορτίου $10\text{ k}\Omega$. Το σχήμα 3.1 δείχνει το πρόβλημα. Οι διαθέσιμες αντιστάσεις για χρήση παρατίθενται, επίσης, στο σχήμα. Όπως με τα περισσότερα προβλήματα σχεδίου εφαρμοσμένης μηχανικής, υπάρχουν περιορισμοί. Σε αυτήν την περίπτωση, το κύκλωμά σας πρέπει να κοστίζει λιγότερο από 20 cents. Κάθε αντίσταση κοστίζει 6 cents. Υποθέστε ότι ο χρόνος σας δεν κοστίζει. Σχεδιάστε και τεκμηριώστε ένα κύκλωμα που θα ικανοποιήσει τα πιο πάνω κριτήρια. Καταγράψτε τη λύση σας. Κατασκευάστε το προτεινόμενο κύκλωμα. Ελέγξτε ότι ικανοποιεί τα κριτήρια σχεδίου με τη μέτρηση της V_{in} και V_{out} . Όταν το κύκλωμά σας λειτουργεί, δείξτε το σχέδιο στο βοηθό εργαστηρίων. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε περισσότερες από μια αντιστάσεις μιας ιδιαίτερης τιμής εάν επιθυμείτε.



Σχήμα 3.1: Κύκλωμα Προβλήματος Σχεδιασμού

$V_s =$ _____ $V_{out} =$ _____

Μετά-εργαστηριακή Εργασία

1. Σχεδιάστε το κύκλωμα σας. Εξηγήστε το συλλογισμό που χρησιμοποιήσατε για να φτάσετε στην τελική λύση σας και συζητήστε πώς ελέγξατε ότι το κύκλωμα ικανοποίησε τα κριτήρια σχεδιασμού.
2. Υποθέστε ότι η πηγή τάσης ήταν ακριβώς 5V και οι αντιστάσεις ήταν ιδανικές. Για ποιο εύρος της R_{load} το κύκλωμά σας θα παραδώσει $1.5V \pm 5\%$; Με άλλα λόγια, ποια είναι η μέγιστη και ελάχιστη αντίσταση R_{load} για τις οποίες το κύκλωμα θα λειτουργεί;