



## **Διαλέξεις 5 & 6**

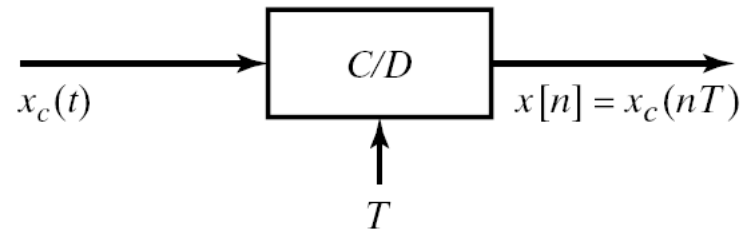
### **Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων**

**(Κεφ. 4.0-4.3 & 4.6,4.8)**

- **Περιοδική δειγματοληψία (periodic sampling)**

- Περίοδος δειγματοληψίας (sampling period)
  - $T$
- Συχνότητα δειγματοληψίας (sampling frequency)
  - $f_s = 1/T$
  - $\Omega_s = 2\pi/T$

$$x[n] = x_c(nT), \quad -\infty < n < \infty$$



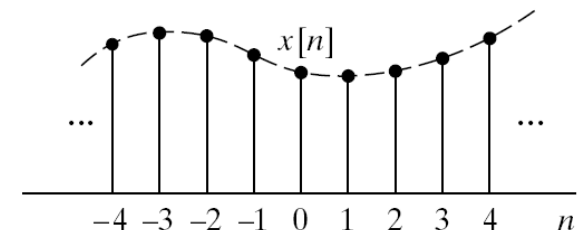
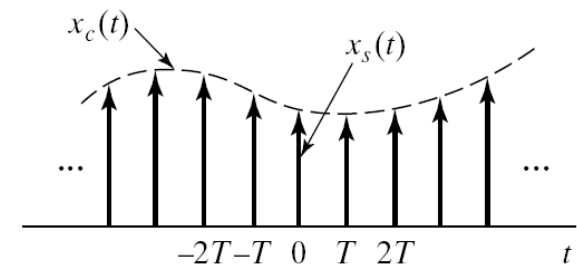
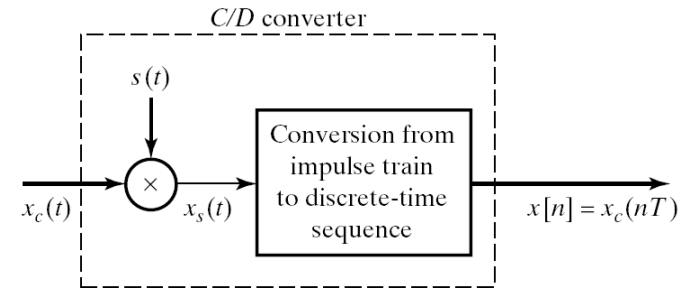
**Figure 4.1** Block diagram representation of an ideal continuous-to-discrete-time (C/D) converter.

- **Η δειγματοληψία δεν είναι αναστρέψιμη**

- Υπό ορισμένες συνθήκες μπορούμε να ανακτήσουμε το σήμα

## • Μαθηματική αναπαράσταση

- Ψηφιοποίηση σε δύο στάδια
  1. Διαμόρφωση με σειρά από κρουστικές συναρτήσεις (impulse train modulation)
  2. Μετατροπή σε διακριτή σειρά (sequence)
- Δεν έχει σχέση με την πραγματική διαδικασία ή κύκλωμα δειγματοληψίας
- Χρήσιμη στη κατανόηση των εννοιών



$$\begin{aligned}
 s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \\
 \underline{x_s(t)} &= x_c(t) s(t) \\
 &= x_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT) \delta(t - nT)
 \end{aligned}$$

$$\underline{x[n]} = x_c(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

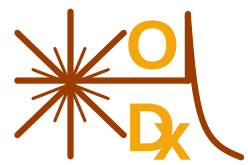
- Δειγματοληψία στο χώρο της συχνότητας

- Φάσμα  $X_s$  (συνεχές σήμα)

$$\begin{aligned}\underline{s(t)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) & \Leftrightarrow \quad \underline{S(j\Omega)} &= \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s) \\ x_s(t) &= x_c(t)s(t) & \Leftrightarrow \quad X_s(j\Omega) &= \frac{1}{2\pi} X_c(j\Omega) * S(j\Omega) \\ &= x_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) & &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\Omega - k\Omega_s)) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT) \delta(t-nT) & &\end{aligned}$$

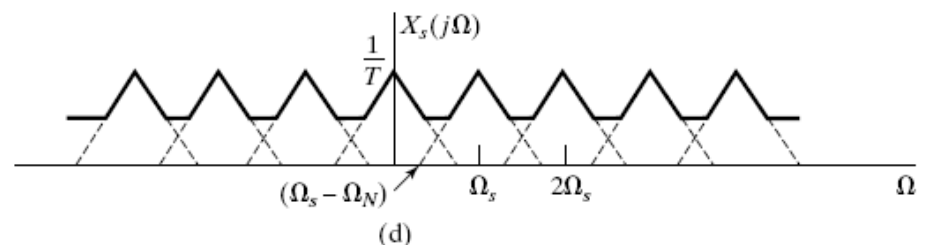
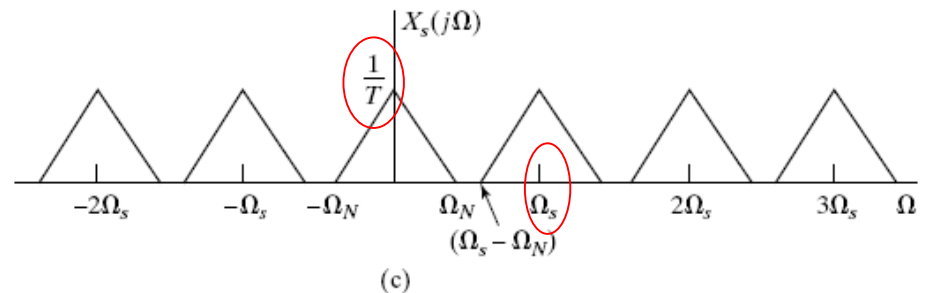
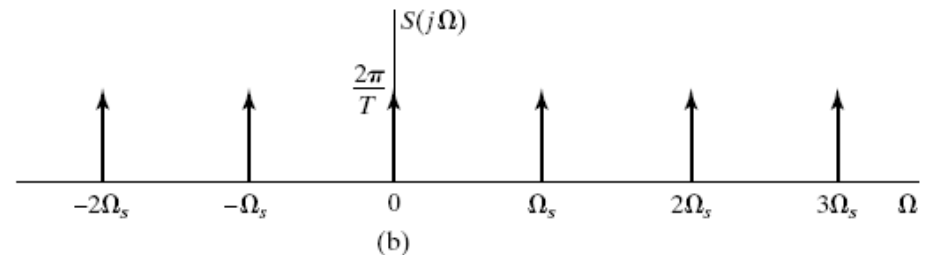
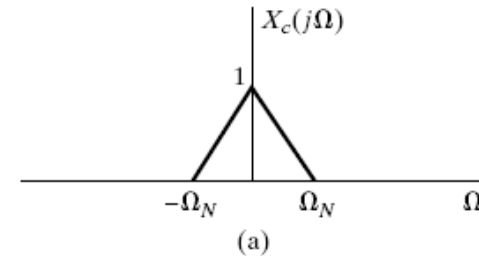
- Ο  $F\{\}$  του  $x_s(t)$  είναι μια περιοδική επανάληψη του  $F\{\}$  του  $x_c(t)$

# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



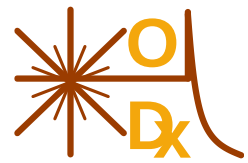
$$S(j\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s)$$

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\Omega - k\Omega_s))$$



**Figure 4.3** Effect in the frequency domain of sampling in the time domain.  
(a) Spectrum of the original signal.  
(b) Spectrum of the sampling function.  
(c) Spectrum of the sampled signal with  $\Omega_s > 2\Omega_N$ .  
(d) Spectrum of the sampled signal with  $\Omega_s < 2\Omega_N$ .

# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



## • Ανάκτηση του φάσματος

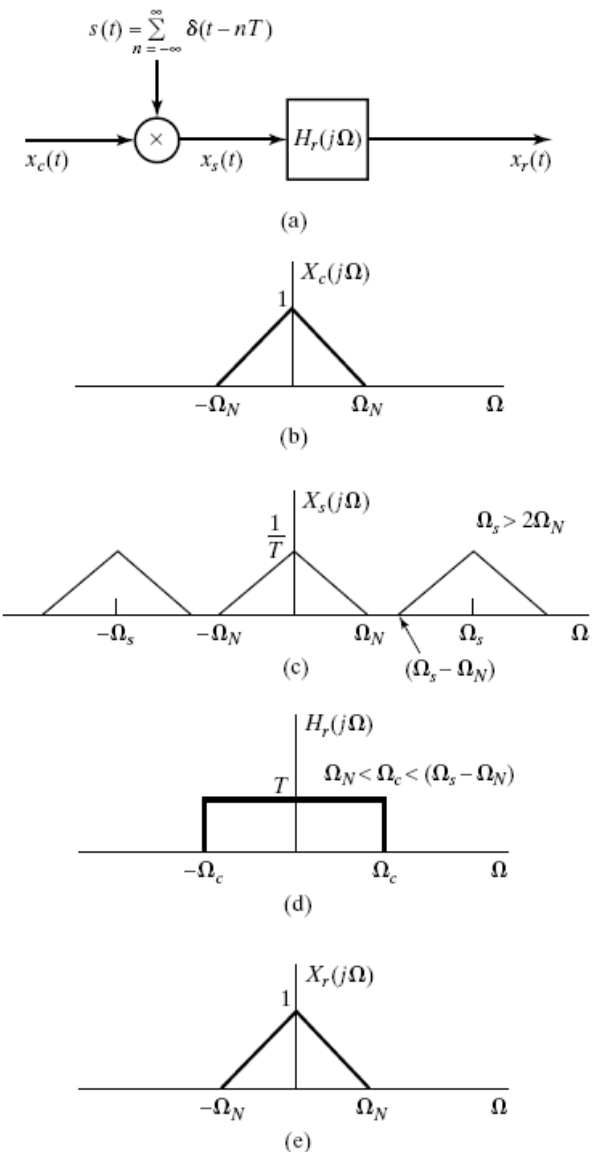
- Ιδανικό βαθυπερατό (low-pass) φίλτρο
  - Κέρδος (gain)  $T$
  - Συχνότητα αποκοπής (cutoff frequency)  $\Omega_c$

$$\Omega_N < \Omega_c < (\Omega_s - \Omega_N)$$

$$X_r(j\Omega) = H_r(j\Omega)X_s(j\Omega)$$

$$X_r(j\Omega) = X_c(j\Omega)$$

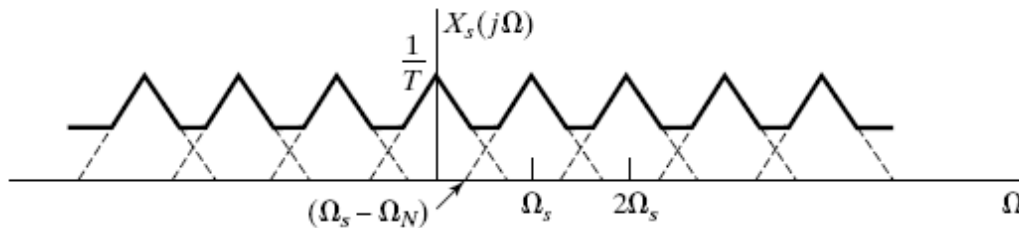
$$\Omega_s - \Omega_N > \Omega_N \text{ or } \Omega_s > 2\Omega_N$$



**Figure 4.4** Exact recovery of a continuous-time signal from its samples using an ideal lowpass filter.

- Παραμόρφωση (distortion) του σήματος
  - Αλλοίωση ή αναδίπλωση (aliasing)

$$\Omega_s \leq 2\Omega_N$$



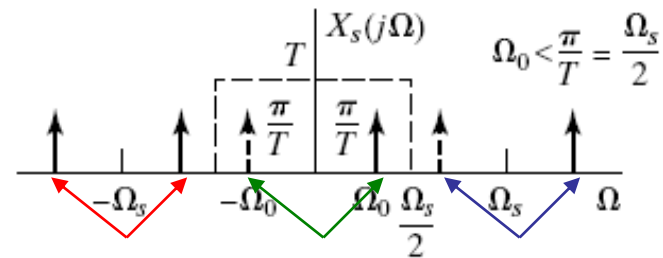
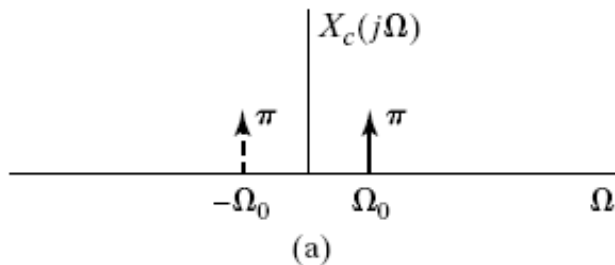
- Δεν μπορούμε να διαχωρίσουμε το φάσμα

## • Αλλοίωση ή αναδίπλωση (aliasing)

### • Παράδειγμα

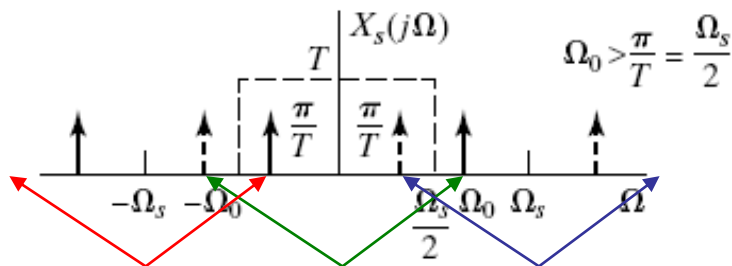
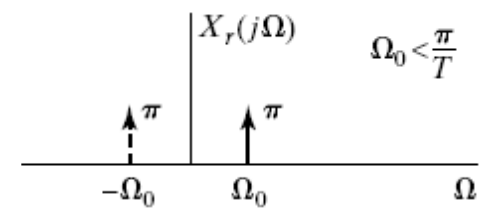
$$x_c(t) = \cos \Omega_0 t$$

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\Omega - k\Omega_s))$$



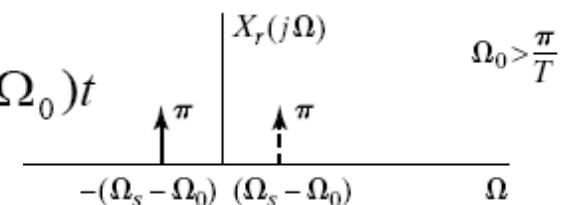
Χωρίς αναδίπλωση

$$x_r(t) = \cos \Omega_0 t$$



Με αναδίπλωση

$$x_r(t) = \cos(\Omega_s - \Omega_0)t$$





- **Θεώρημα δειγματοληψίας του Nyquist (Nyquist Sampling Theorem)**

- Ένα σήμα  $x_c(t)$  με περιορισμένο φάσμα (bandlimited)

$$X_c(j\Omega) = 0, \quad \text{for } |\Omega| \geq \Omega_N$$

- Μπορεί να καθοριστεί μοναδικά (uniquely) από τα δείγματα του

$$x[n] = x_c(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

- Αν

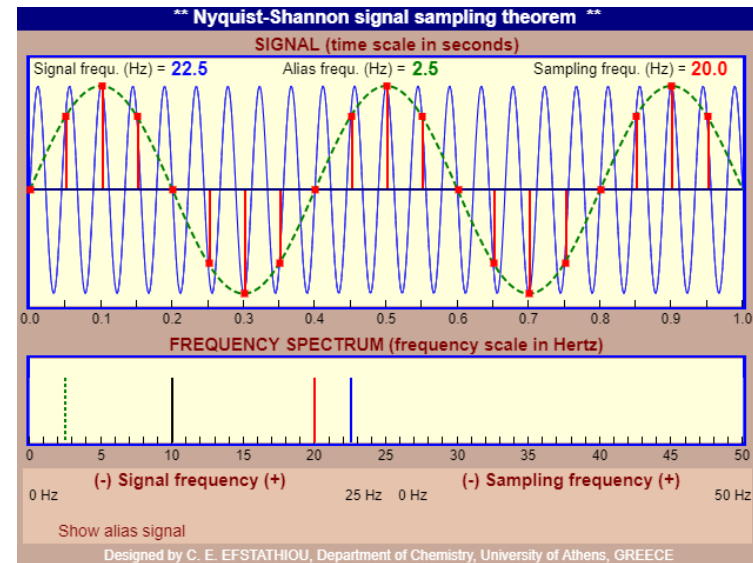
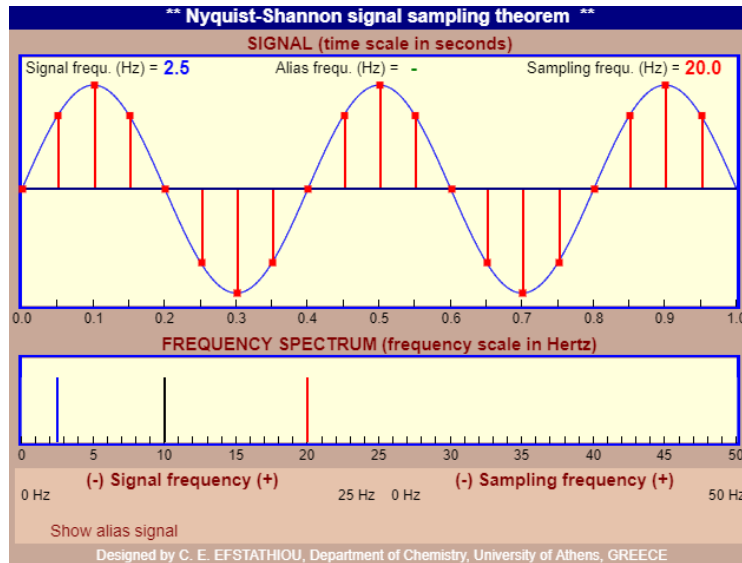
$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T} \geq 2\Omega_N$$

- Συχνότητα Nyquist:  $\Omega_N$
- Ρυθμός (rate) Nyquist:  $2\Omega_N$

# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



- Θεώρημα δειγματοληψίας του Nyquist (Nyquist Sampling Theorem)



[http://195.134.76.37/applets/AppletNyquist/Applet\\_Nyquist2.html](http://195.134.76.37/applets/AppletNyquist/Applet_Nyquist2.html)



NyquistApplet.htm

- Μετασχηματισμός Fourier του  $x[n]$

- $F\{x_s(t)\}$  συνεχούς χρόνου

$$X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\Omega t} dt$$

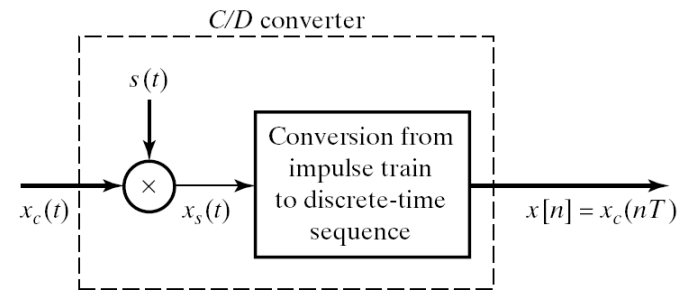
$$X_s(j\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)e^{-j\Omega Tn}$$

- $F\{x[n]\}$  διακριτού χρόνου

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

- άρα

$$X_s(j\Omega) = X(e^{j\omega})|_{\omega=\Omega T} = X(e^{j\Omega T})$$



$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t - nT)$$

$$x[n] = x_c(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

- Μετασχηματισμός Fourier του  $x[n]$

$$X_s(j\Omega) = X(e^{j\omega})|_{\omega=\Omega T} = X(e^{j\Omega T})$$

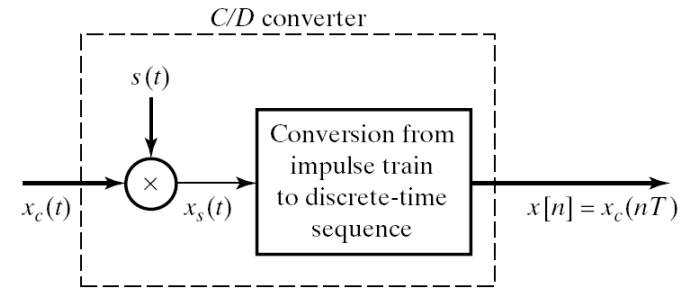
- μια και

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\Omega - k\Omega_s))$$

- έχουμε

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi k}{T})) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\frac{\omega - 2\pi k}{T})$$

- Ανηγμένη (scaled) κλίμακα συχνότητας,  $\omega = \Omega T$ 
  - Η συχνότητα  $\Omega = \Omega_s$  γίνεται  $\omega = 2\pi$
- Το σήμα  $x_s(t)$  είναι συνεχούς χρόνου και άρα συνεχίζει να έχει περίοδο  $T$  μεταξύ των δειγμάτων. Ο “χρόνος” μεταξύ των δειγμάτων του  $x[n]$  είναι πάντα 1



$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t - nT)$$

$$x[n] = x_c(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



- Ανακατασκευή σημάτων

- Δυνατή όταν

Πριν

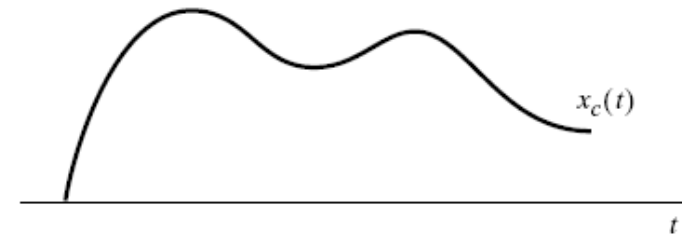
- Σήμα με περιορισμένο φάσμα
- Αρκετά ψηλή συχνότητα δειγματοληψίας

Μετά

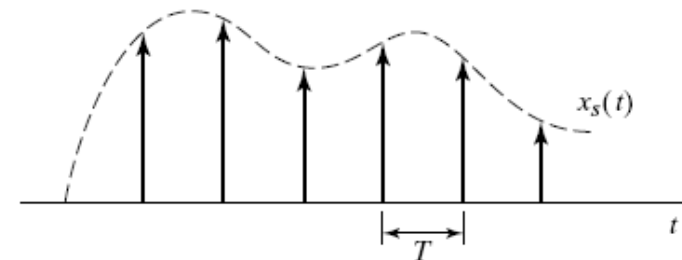
- Γνωστή περίοδος δειγματοληψίας

- Μέθοδος

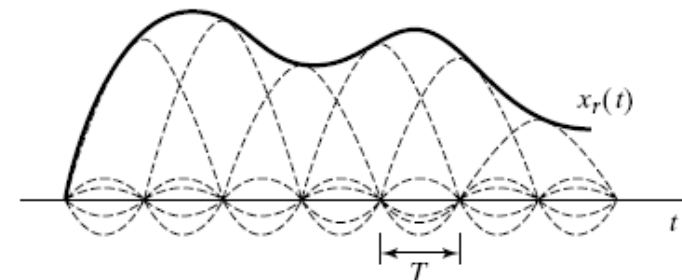
1. Μετατροπή σε σειρά από κρουστικές συναρτήσεις (impulse train)
2. Παρεμβολή (interpolation) για μετατροπή σε συνεχή χρόνο → βαθυπερατό φίλτρο συνεχούς χρόνου



(a)

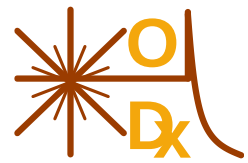


(b)



(c)

# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



- Ανακατασκευή σημάτων

- Μέθοδος

1. Μετατροπή σε σειρά από κρουστικές συναρτήσεις (impulse train)

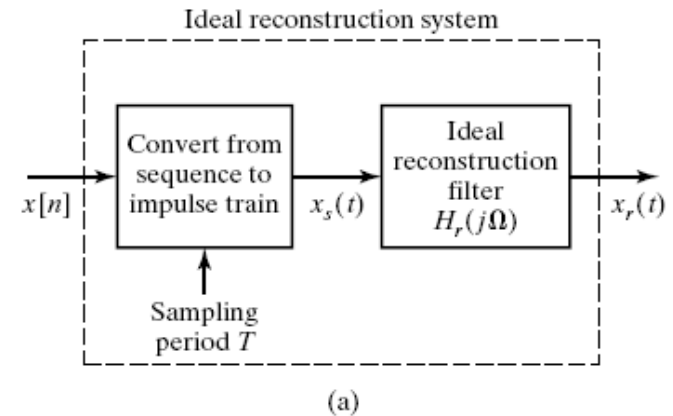
$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t-nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\delta(t-nT)$$

2. Παρεμβολή (interpolation) για μετατροπή σε συνεχή χρόνο → βαθυπερατό φίλτρο συνεχούς χρόνου

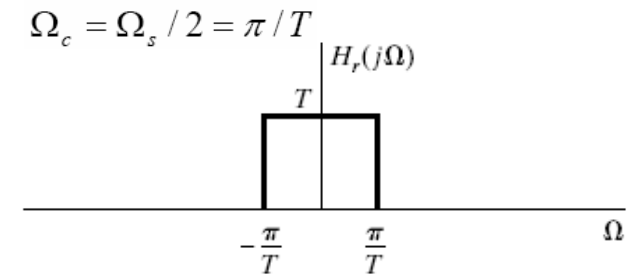
$$h_r(t) \leftrightarrow H_r(j\Omega)$$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)h_r(t-nT)$$

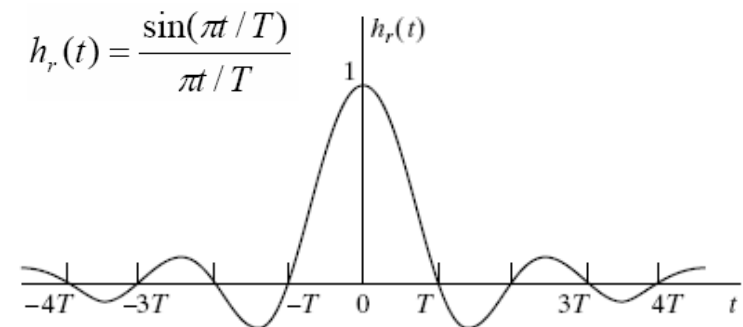
$$X_r(j\Omega) = H_r(j\Omega)X(e^{j\Omega T})$$



(a)



(b)



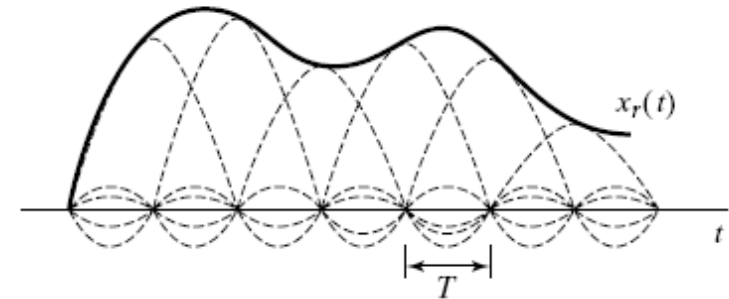
(c)

- Ανακατασκευή σημάτων

- Μέθοδος

1. Μετατροπή σε σειρά από κρουστικές συναρτήσεις (impulse train)

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT) \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT)$$



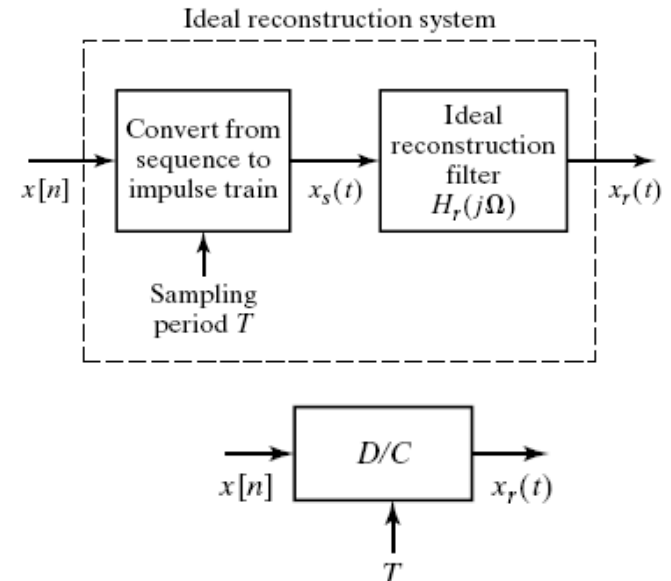
$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{\sin(\pi(t - nT)/T)}{\pi(t - nT)/T}$$

2. Παρεμβολή (interpolation) για μετατροπή σε συνεχή χρόνο → βαθυπερατό φίλτρο συνεχούς χρόνου

$$h_r(t) \leftrightarrow H_r(j\Omega)$$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) h_r(t - nT)$$

$$X_r(j\Omega) = H_r(j\Omega) X(e^{j\Omega T})$$



- Εφαρμογές

Figure 4.11 Discrete-time processing of continuous-time signals.

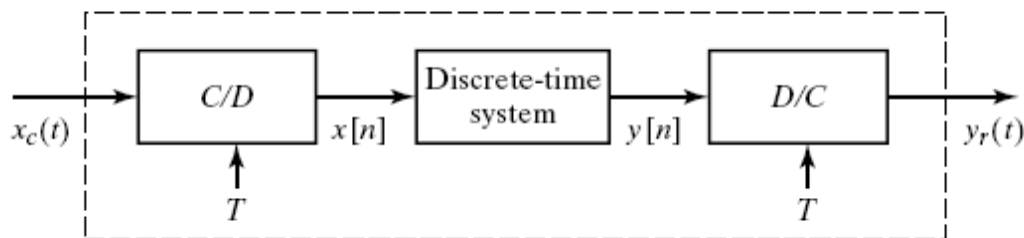
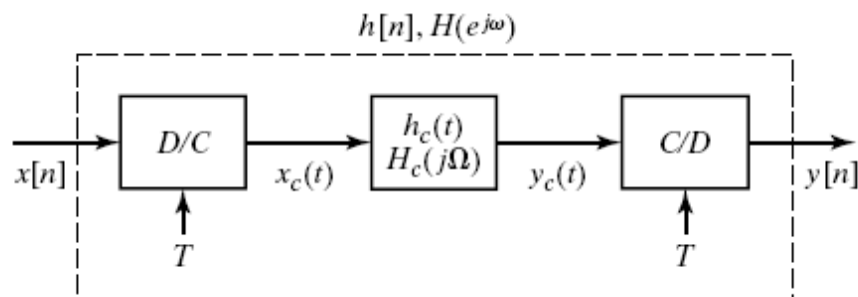


Figure 4.16 Continuous-time processing of discrete-time signals.





## • Αλλαγή της συχνότητας δειγματοληψίας

- Υποδειγματοληψία (downsampling)
- Μείωση της  $f_s$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi k}{T}))$$

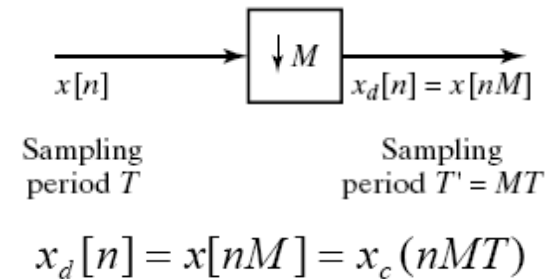
$$\begin{aligned} X_d(e^{j\omega}) &= \frac{1}{T'} \sum_{r=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\omega}{T'} - \frac{2\pi r}{T'})) \\ &= \frac{1}{MT} \sum_{r=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\omega}{MT} - \frac{2\pi r}{MT})) \end{aligned}$$

$$r = i + kM, \quad -\infty < k < \infty, \quad 0 \leq i \leq M-1, \quad -\infty < r < \infty$$

$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} [\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\omega}{MT} - \frac{2\pi k}{T} - \frac{2\pi i}{MT}))]$$

Γνωρίζουμε ότι  $X(e^{j(\omega-2\pi i)/M}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\frac{\omega}{MT} - \frac{2\pi i}{MT} - \frac{2\pi k}{T}))$

$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} X(e^{j(\omega-2\pi i)/M})$$

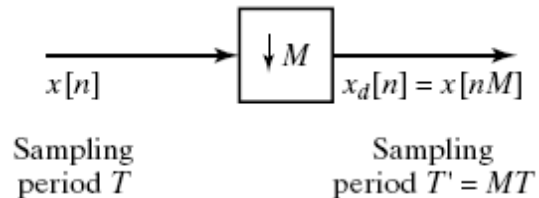


# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



## • Αλλαγή της συχνότητας δειγματοληψίας

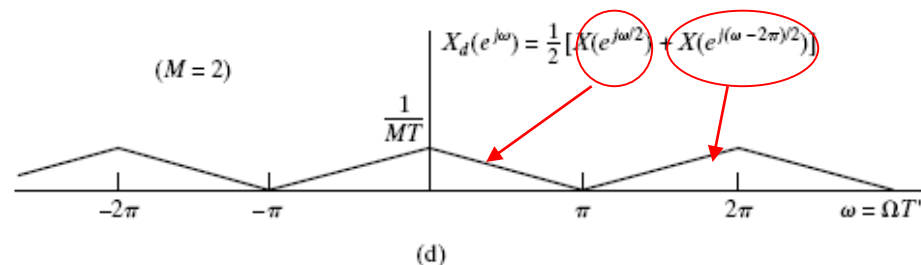
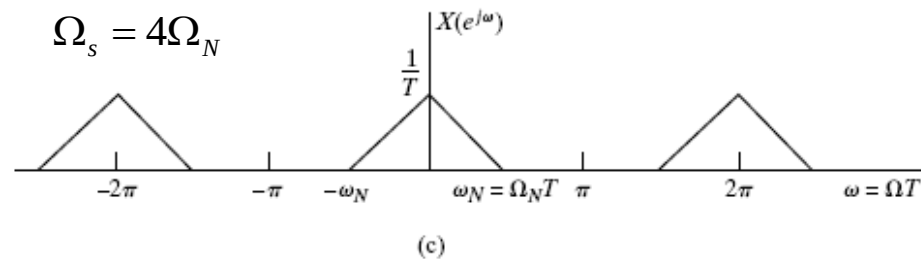
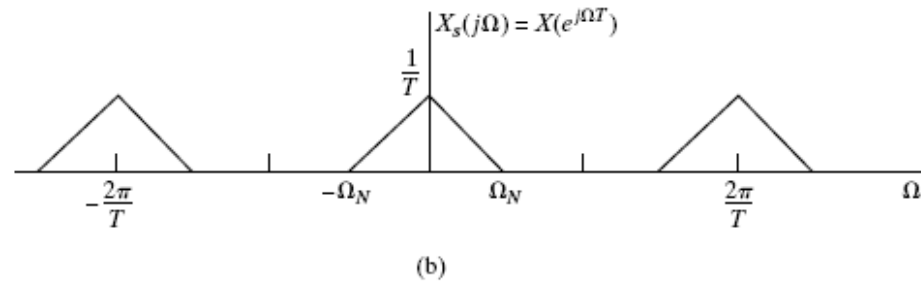
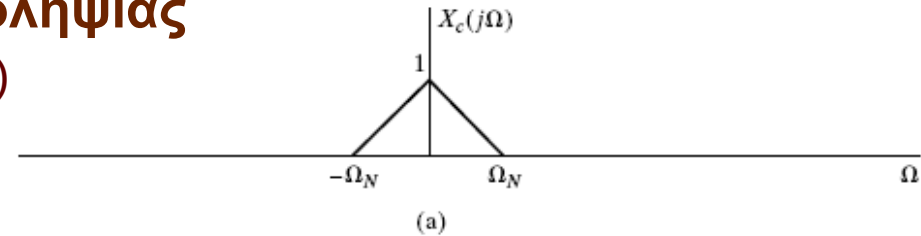
- Υποδειγματοληψία (downsampling)
- Μείωση της  $f_s$



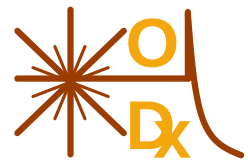
$$x_d[n] = x[nM] = x_c(nMT)$$

$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} X(e^{j(\omega - 2\pi i)/M})$$

- Μ αντίγραφα του φάσματος
  - Συχνότητα ανηγμένη (scaled) επί  $M$
  - Πλάτος  $1/M$
- Αποδεκατισμός (decimation)
- Αναδίπλωση (aliasing);



# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



## • Αλλαγή της συχνότητας δειγματοληψίας

- Υποδειγματοληψία (downsampling)
- Μείωση της  $f_s$

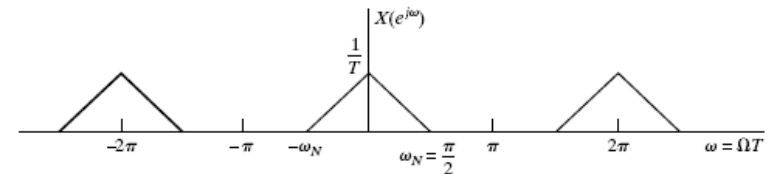
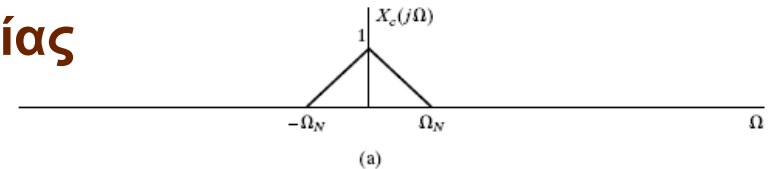
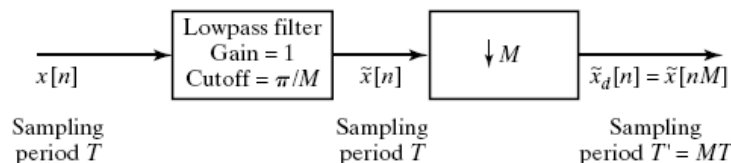
$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} X(e^{j(\omega - 2\pi i)/M})$$

- Για να αποφευχθεί η αναδίπλωση (aliasing)

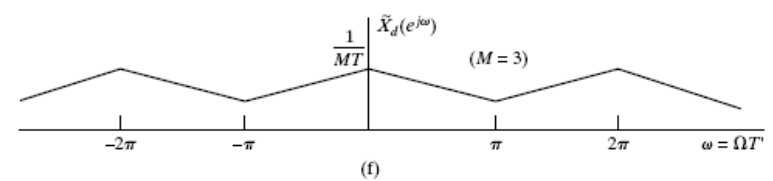
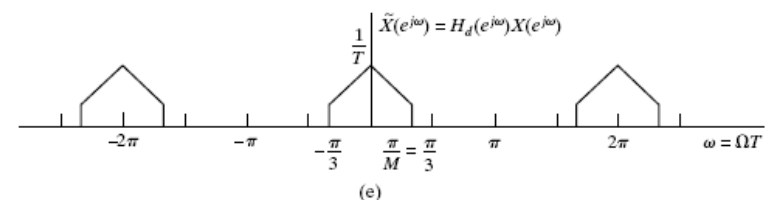
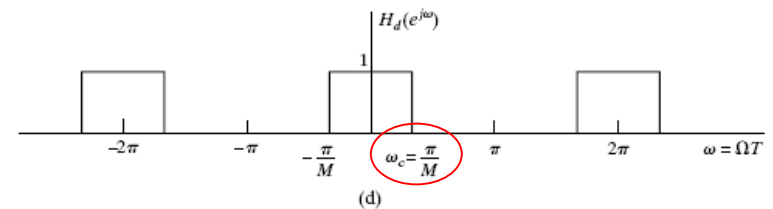
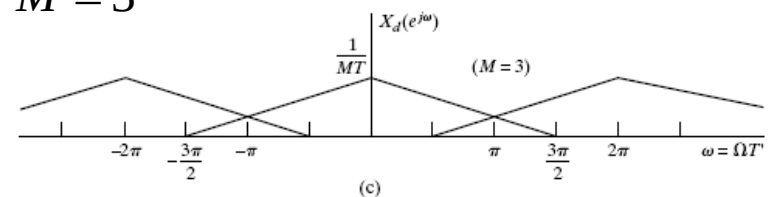
$$X(e^{j\omega}) = 0, \quad \omega_N \leq |\omega| \leq 2\pi$$

και

$$\frac{2\pi}{M} \geq 2\omega_N \quad \text{or} \quad M\omega_N \leq \pi$$



$M = 3$



- Αλλαγή της συχνότητας δειγματοληψίας

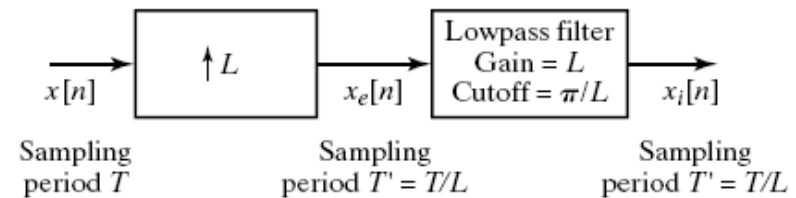
- Υπερδειγματοληψία (upsampling)
- Αύξηση της fs

Διευρυντής (expander)

$$x_e[n] = \begin{cases} x[n/L], & n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_e[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n - kL]$$

$$\begin{aligned} X_e(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n - kL] \right) e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] e^{-j\omega Lk} = X(e^{j\omega L}) \end{aligned}$$



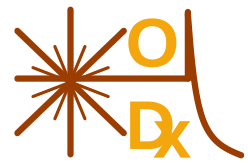
$$x[n] = x_c(nT)$$

$$x_i[n] = x_c(nT'), \quad T' = T/L$$

$$x_i[n] = x[n/L] = x_c(nT/L), \quad n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots$$

- Συχνότητα ανηγμένη (scaled) δια L
- Ακολουθεί βαθυπερατό (lowpass) φίλτρο για αν αποφευχθεί αλλοίωση του σήματος

# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων

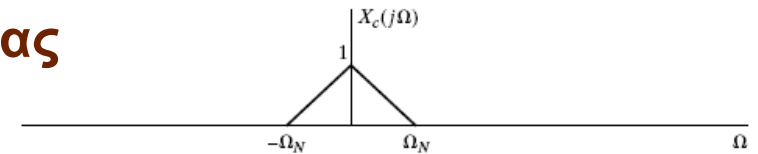
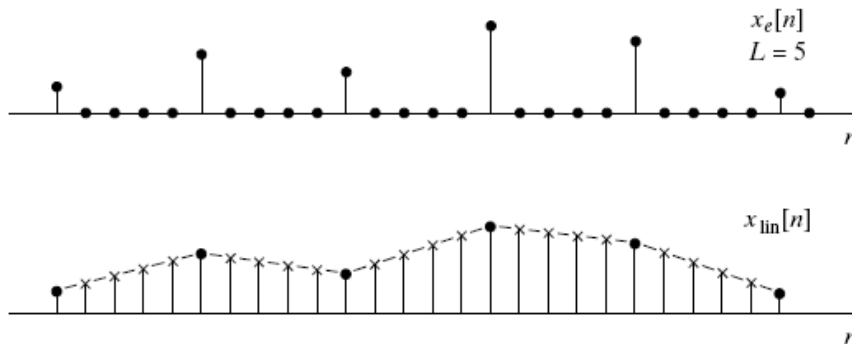


## • Αλλαγή της συχνότητας δειγματοληψίας

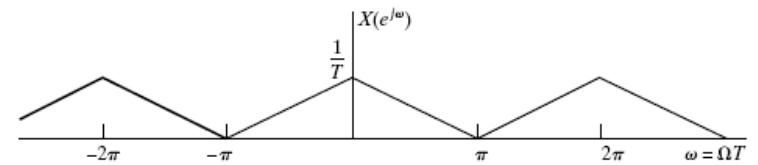
- Υπερδειγματοληψία (upsampling)
- Αύξηση της fs

## • Παράδειγμα

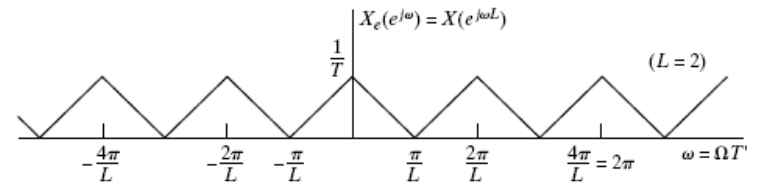
- Παρεμβολή (interpolation)



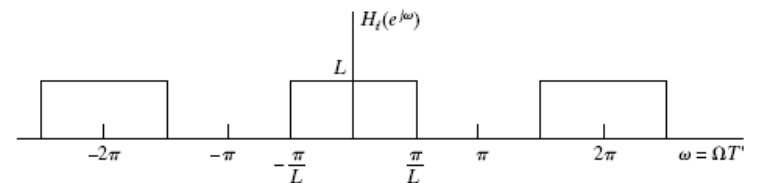
(a)



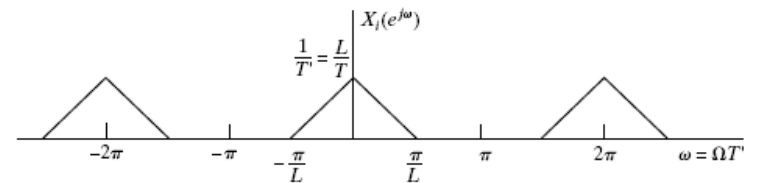
(b)



(c)



(d)

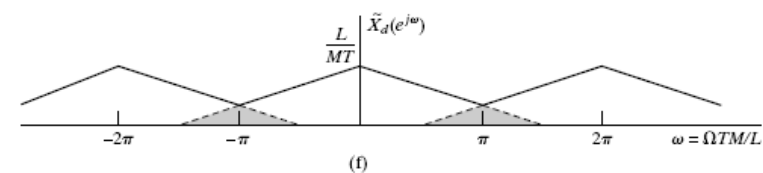
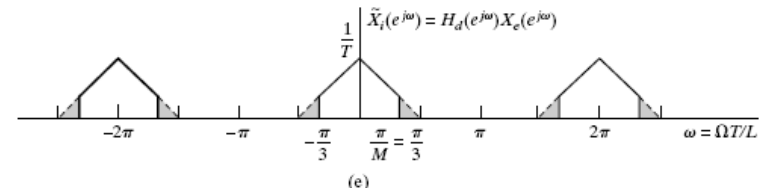
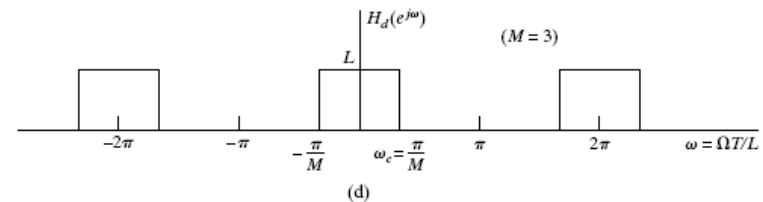
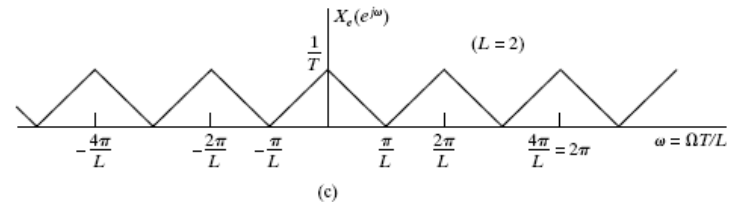
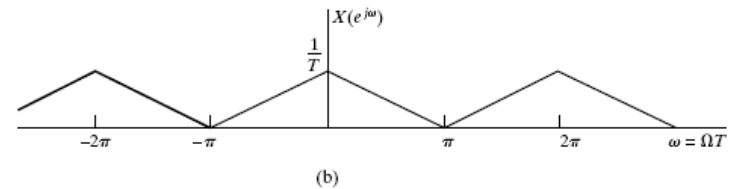
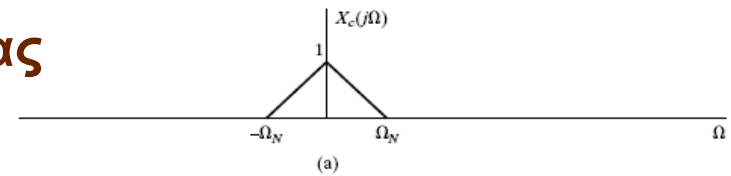
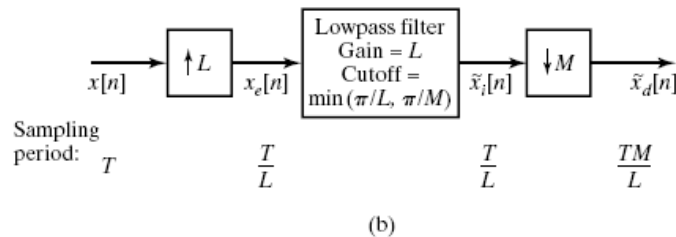
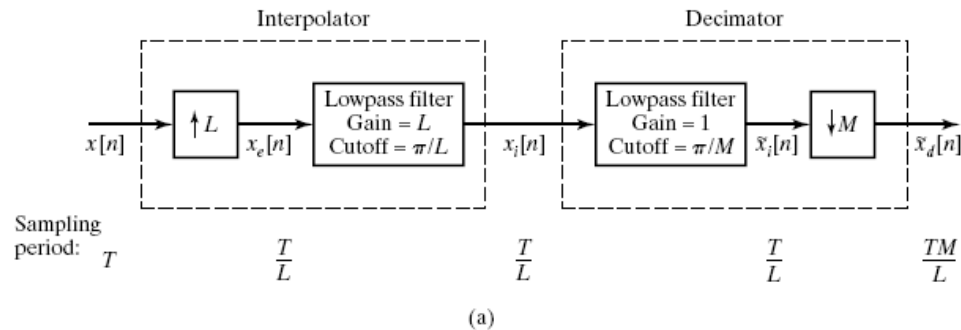


(e)

# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



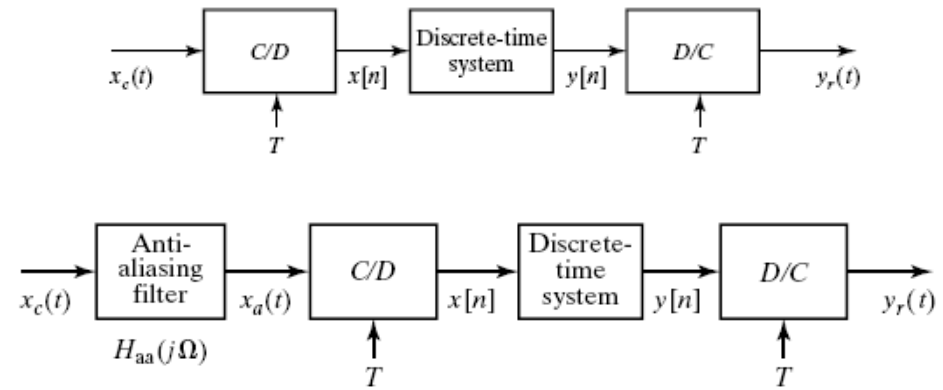
- Αλλαγή της συχνότητας δειγματοληψίας
  - Αλλαγή της  $f_s$  με μη-ακέραιο αριθμό



- Ψηφιοποίηση αναλογικών σημάτων

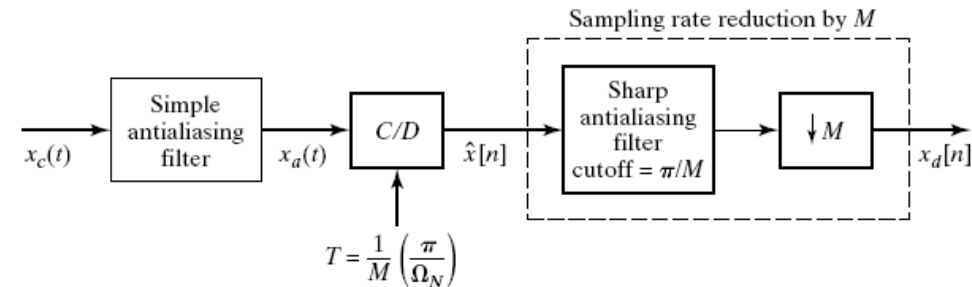
- Αντι-αναδιπλωτικά φίλτρα

$$H_{aa}(j\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| < \Omega_c < \frac{\pi}{T} \\ 0, & |\Omega| > \Omega_c \end{cases}$$



- Πραγματικά φίλτρα δεν είναι τέλεια

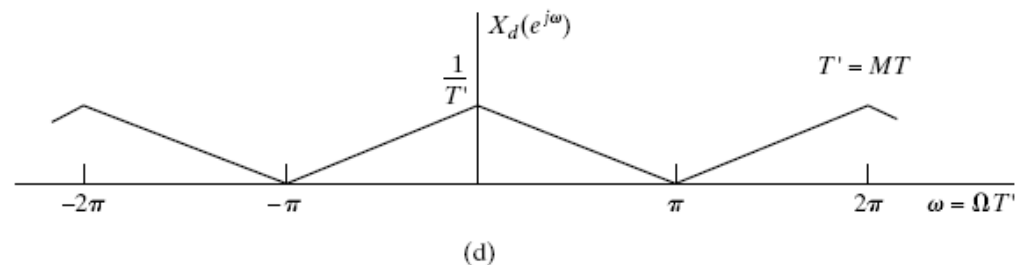
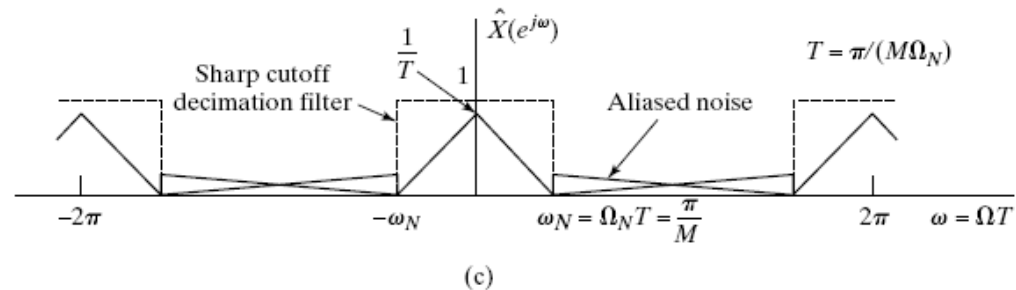
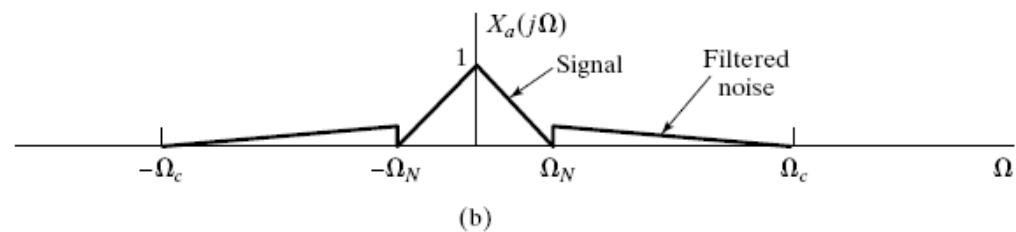
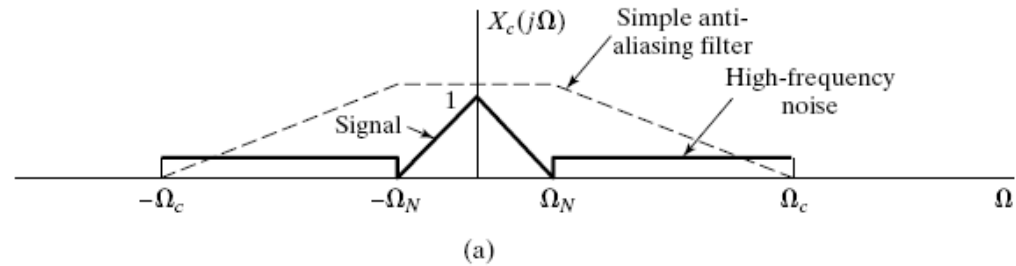
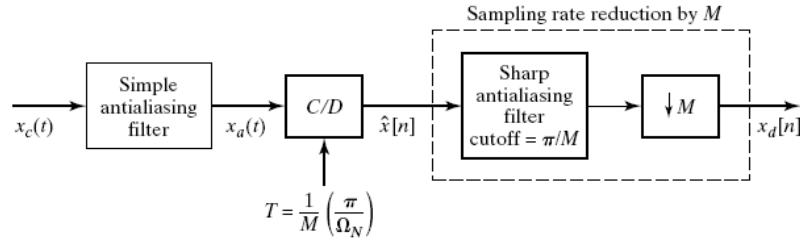
- Χρήση ψηλής  $f_s$  (oversampling) και αποδεκατισμό (decimation)



# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



- Ψηφιοποίηση αναλογικών σημάτων
  - Αντι-αναδιπλωτικά φίλτρα





## • Κοινά παράθυρα/φίλτρα

*Rectangular*

$$w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq M, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

*Bartlett (triangular)*

$$w[n] = \begin{cases} 2n/M, & 0 \leq n \leq M/2, \\ 2 - 2n/M, & M/2 < n \leq M, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

*Hanning*

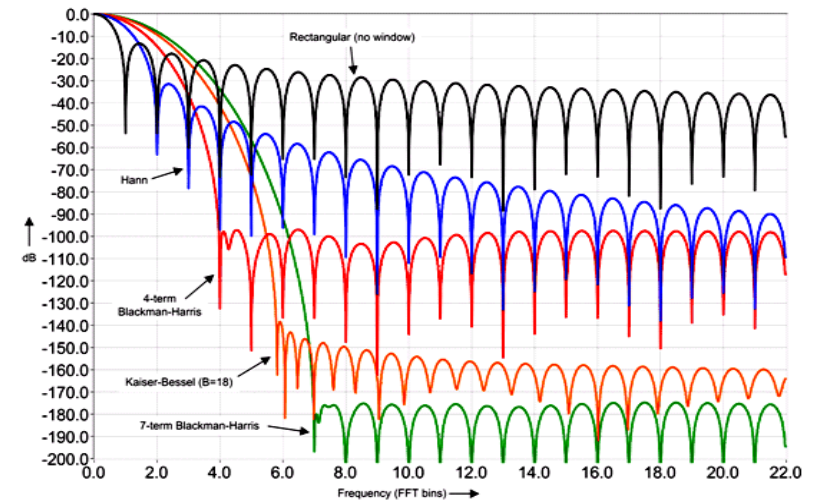
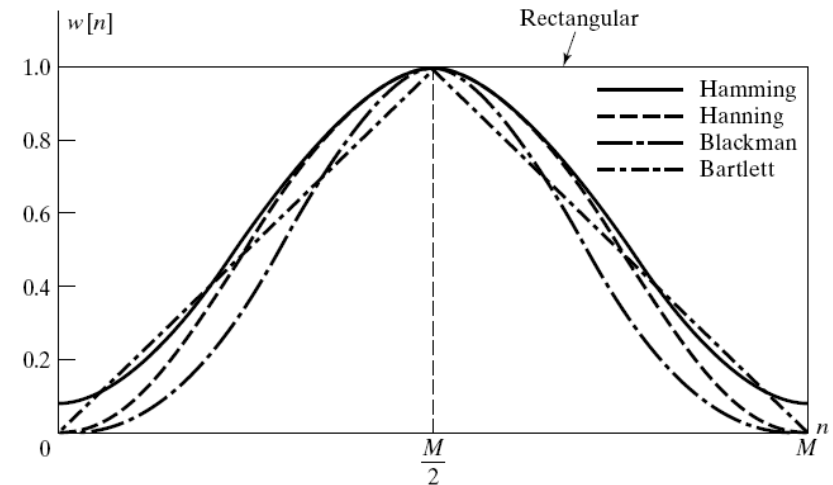
$$w[n] = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos(2\pi n/M), & 0 \leq n \leq M, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

*Hamming*

$$w[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos(2\pi n/M), & 0 \leq n \leq M, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

TABLE 7.1 COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

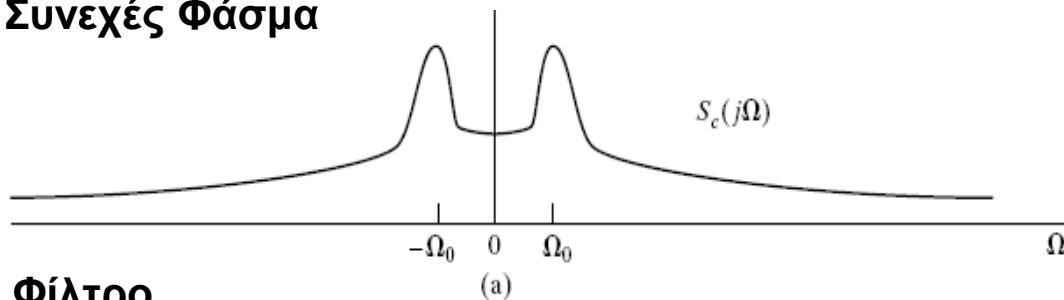
| Type of Window | Peak Side-Lobe Amplitude (Relative) | $\Delta\omega_m$ | $20\log_{10}\delta$ (dB) | $\Delta\omega$ |
|----------------|-------------------------------------|------------------|--------------------------|----------------|
| Rectangular    | -13                                 | $4\pi/(M+1)$     | -21                      | $1.81\pi/M$    |
| Bartlett       | -25                                 | $8\pi/M$         | -25                      | $2.37\pi/M$    |
| Hanning        | -31                                 | $8\pi/M$         | -44                      | $5.01\pi/M$    |
| Hamming        | -41                                 | $8\pi/M$         | -53                      | $6.27\pi/M$    |
| Blackman       | -57                                 | $12\pi/M$        | -74                      | $9.19\pi/M$    |



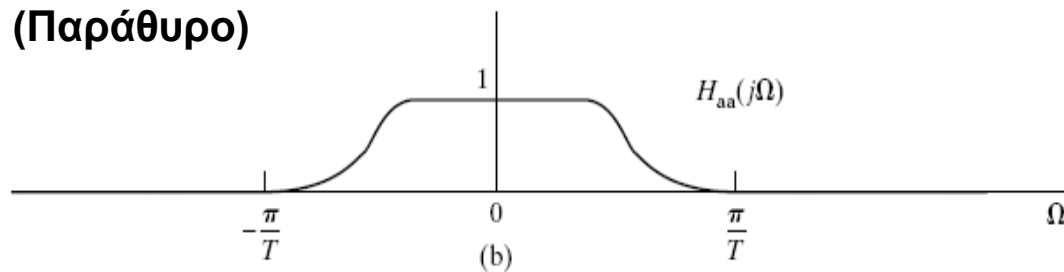
- **Αντι-αναδιπλωτικό φίλτρο στη συχνότητα**

- Μείωση της ευκρίνειας στον χρόνο
- Ποιο είναι το αποτέλεσμα των πλευρικών λοβών;

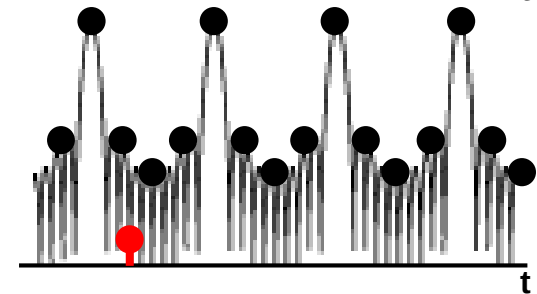
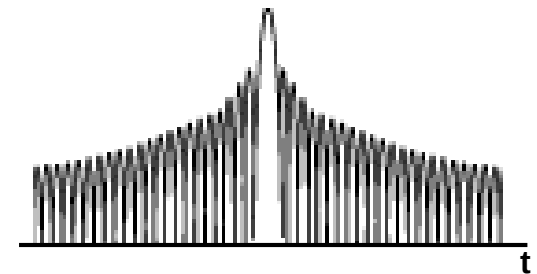
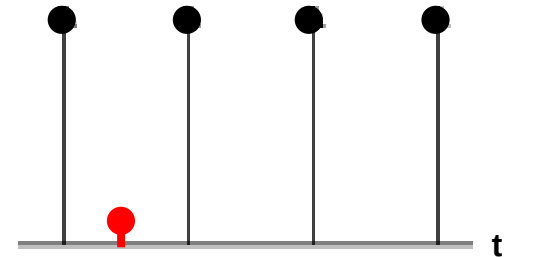
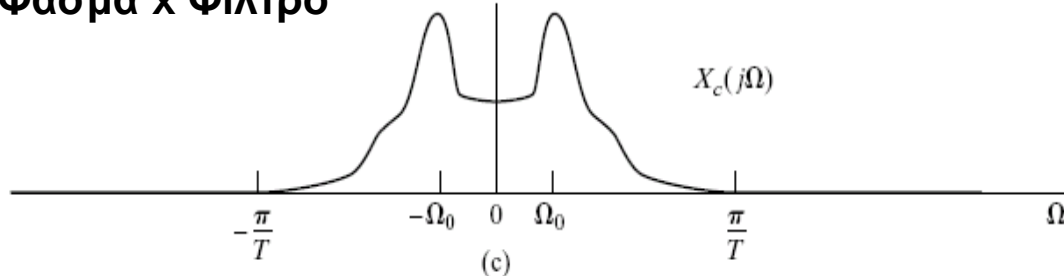
Συνεχές Φάσμα



Φίλτρο  
(Παράθυρο)



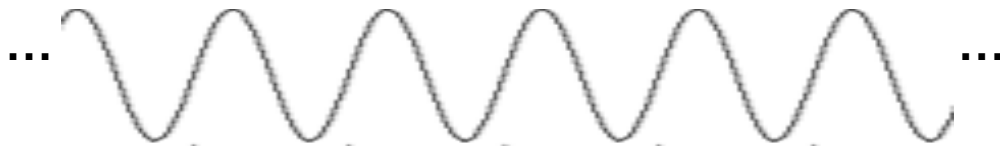
Φάσμα x Φίλτρο



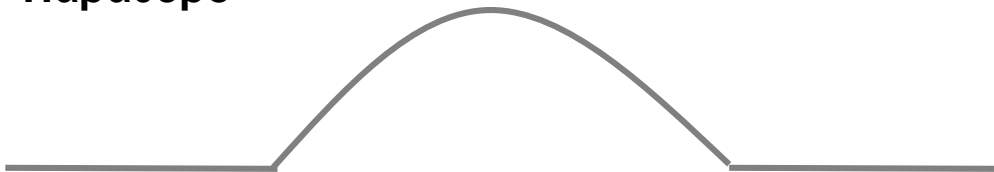
- Περπερασμένο σήμα στον χρόνο

- Μείωση της ευκρίνειας στη συχνότητα
- Ποιο είναι το αποτέλεσμα των πλευρικών λοβών;

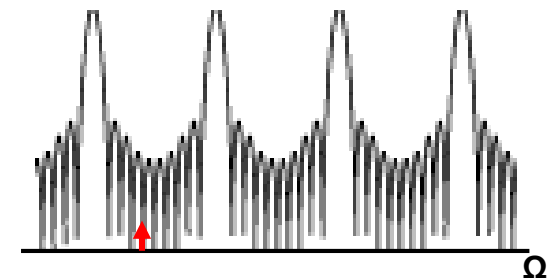
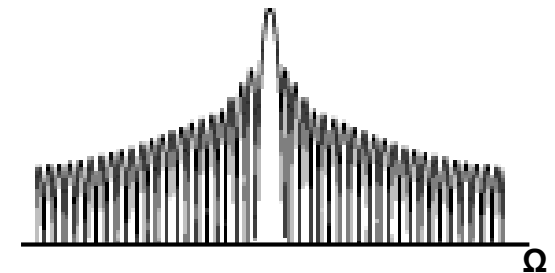
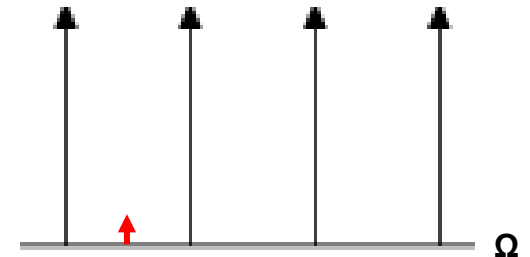
Άπειρο Σήμα



Παράθυρο



Σήμα x Παράθυρο



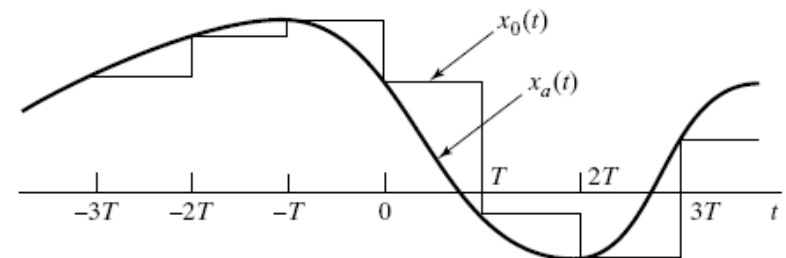
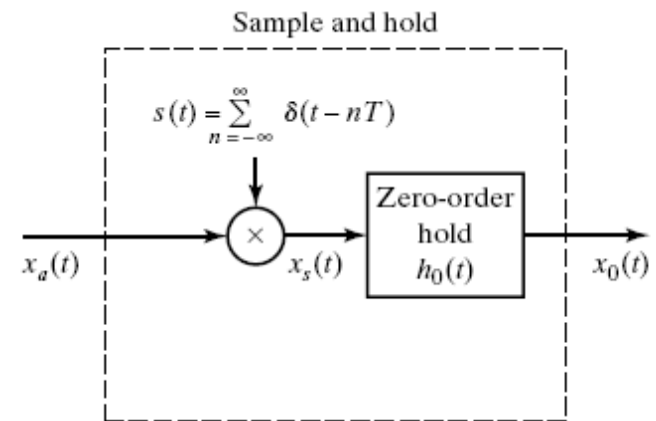
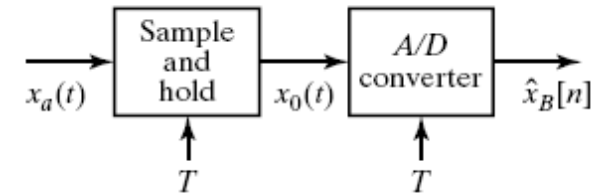
- Ψηφιοποίηση αναλογικών σημάτων
  - Αναлого-Ψηφιακή μετατροπή (analog-to-digital conversion ADC):
    - Διατήρηση τιμής (sample and hold)
    - ΑΨΜ (ADC)

## 1. Διατήρηση τιμής (sample and hold)

$$x_o(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]h_o(t-nT)$$

$$h_o(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_o(t) = h_o(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\delta(t-nT)$$



# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων

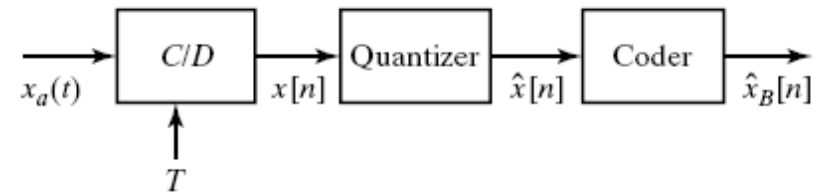


- Ψηφιοποίηση αναλογικών σημάτων

## 2. ΑΨΜ (ADC)

$$\hat{x}[n] = Q(x[n])$$

Κβαντοποίηση (quantization)



- Η ψηφιακή έξοδος μπορεί να αλλάξει ανάλογα με το πρόβλημα

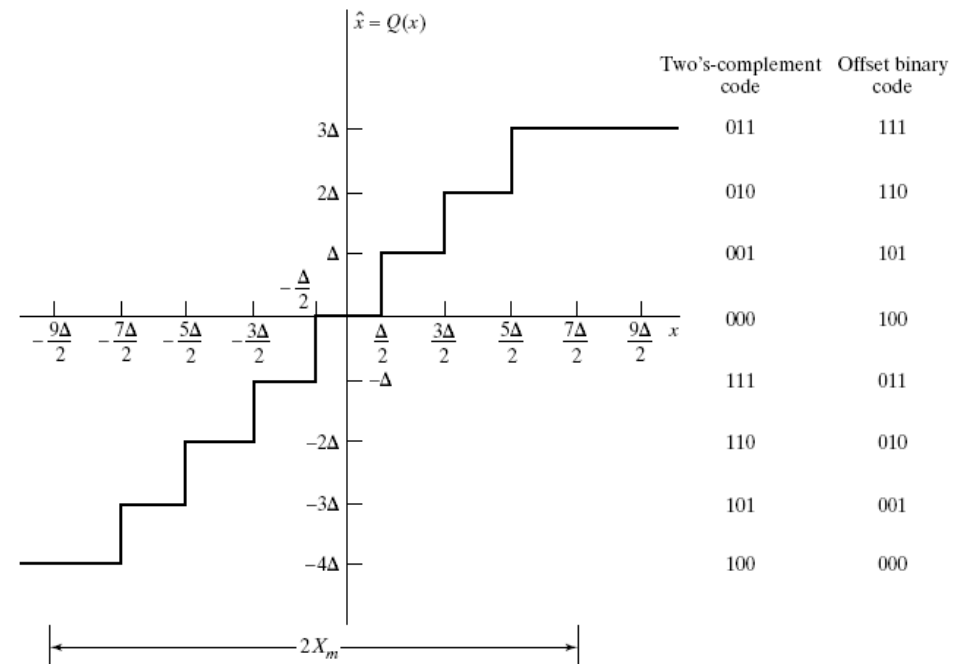
- $-\infty < x_a < +\infty$  ή  $x_a > 0$
- Κλπ

- Βήμα κβαντοποίησης (quantization step)

$$\Delta = \frac{2X_m}{2^{B+1}} = \frac{X_m}{2^B}$$

$2X_m$  είναι το εύρος ψηφιοποίησης (digitization range)

$B$  είναι ο αριθμός των δυαδικών ψηφίων (bits)



# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



## • Ψηφιοποίηση αναλογικών σημάτων

- Σφάλμα κβαντοποίησης  
(quantization error)

$$e[n] = \hat{x}[n] - x[n]$$

- Για  $-X_m - \frac{\Delta}{2} < x[n] < X_m - \frac{\Delta}{2}$

$$-\frac{\Delta}{2} < e[n] < \frac{\Delta}{2} \quad (\text{rounding})$$

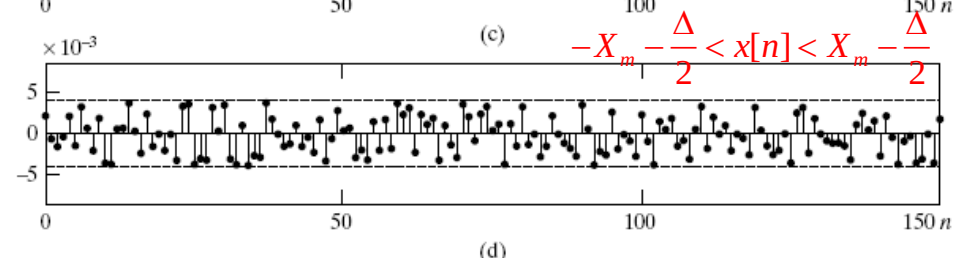
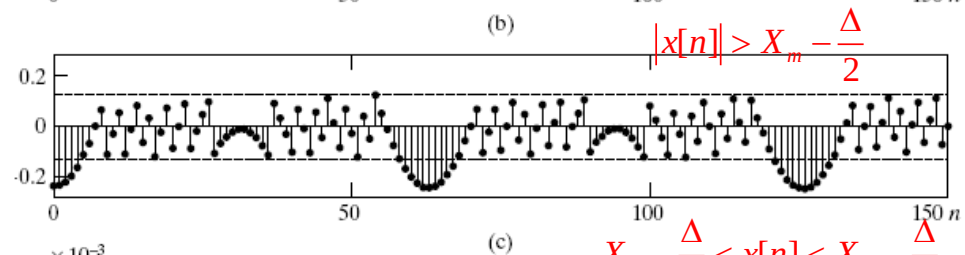
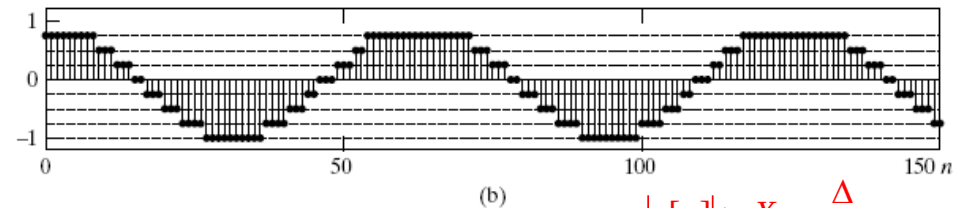
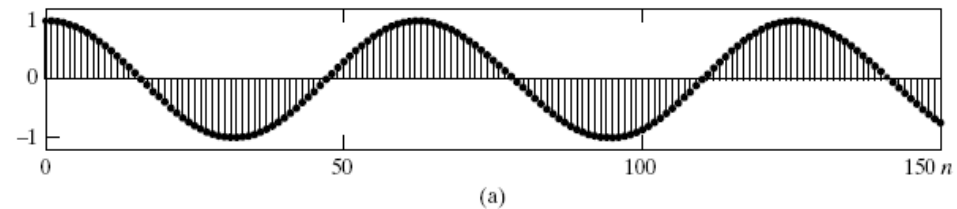
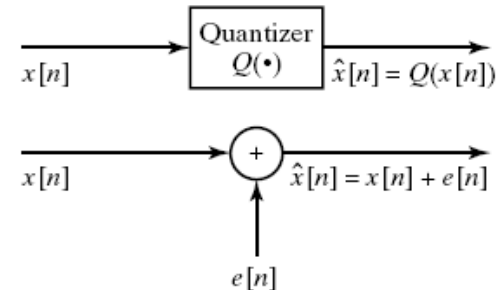
$$-\Delta < e[n] < 0 \quad (\text{truncation})$$

- Διαφορετικά

$$e[n] > \frac{\Delta}{2} \quad \text{or} \quad \Delta$$

- Σφάλμα (σχήμα d)

- Τυχαία διαδικασία
- Ασυσχετίστη (uncorrelated) με το σήμα
- Ομοιόμορφη κατανομή



- Ψηφιοποίηση αναλογικών σημάτων

- Ισχύς (power) σφάλματος κβαντοποίησης

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 de$$

$$\sigma_e^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{2^{-2B} X_m^2}{12}$$

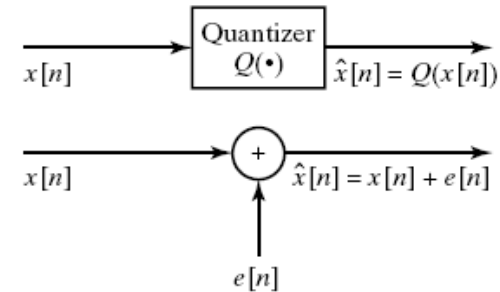
- Λόγος Σήματος-Θορύβου (signal to noise ratio – SNR)

$$SNR = 10 \log \left( \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 10 \log \left( \frac{12 \cdot 2^{2B} \sigma_x^2}{X_m^2} \right) = 6.02B + 10.8 - 20 \log \left( \frac{X_m}{\sigma_x} \right)$$

$$SNR \propto -20 \log \left( \frac{X_m}{\sigma_x} \right)$$

- Το SNR αυξάνεται

- 6dB για κάθε επιπρόσθετο ψηφίο
- Το πλάτος του σήματος ( $\sigma_x$ ) είναι της τάξης του εύρους  $X_m$  (γιατί όχι μεγαλύτερο;)



# Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων



## • Παραγωγή αναλογικών σημάτων από ψηφιακά

- Ψηφιο-Αναλογική μετατροπή (digital-to-analog conversion DAC):

$$x_{DA}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_m \hat{x}_B[n] h_o(t - nT)$$

$$h_o(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$e_o(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e[n] h_o(t - nT)$$

- Μπορούμε επιπλέον να αντισταθμίσουμε (compensate) για τη διαφορά με την ιδανική παρεμβολή (interpolation)

$$\hat{x}_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{x}[n] \frac{\sin[\pi(t - nT)/T]}{\pi(t - nT)/T}$$

