



Κεφάλαιο 4

Βελτίωση Εικόνας στο Πεδίο της Συχνότητας (Image Enhancement in the Frequency Domain)



Μετασχηματισμός Fourier

- Μετασχηματισμός Fourier**

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv$$
- Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier**

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$
- Πλάτος (Magnitude) & Γωνία Φάσης (Phase Angle)**

$$|F(u, v)| = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}$$

$$\phi(u, v) = \tan^{-1} \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$$
- Φάσμα Ισχύος (power spectrum) ή Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (power spectral density)**

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

- Fourier**
 - Κάθε σήμα είναι ένα άθροισμα ημιτονοειδών συναρτήσεων
- Φάσμα**
 - Ισχύς κάθε μιας ημιτονοειδούς συνάρτησης
- Γιατί στο πεδίο συχνότητας;**
 - FFT → γρήγορος αλγόριθμος, πιο γρήγορος από συνέλιξη (convolution)
 - Φίλτρα με ορισμένο πλάτος σε συχνότητα είναι άπειρα στο πεδίο χώρου (όπως και χρόνου)
- Σχέση σήματος και FFT**

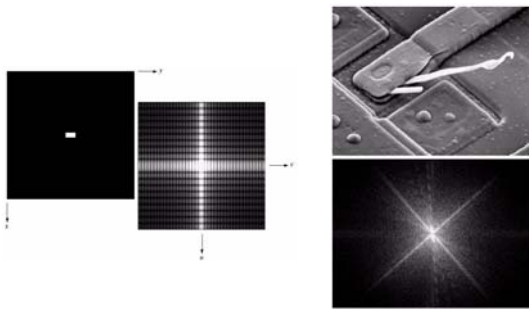
$$\Delta u = \frac{1}{M \Delta x}$$

$$\Delta v = \frac{1}{N \Delta y}$$
 - χρήσιμα για μετρήσεις στο πεδίο συχνότητας

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Μετασχηματισμός Fourier



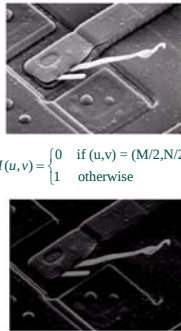
Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Φίλτρα στο Πεδίο Συχνότητας

- Βασική διαδικασία**
 - FFT της εικόνας
 - Μετατόπιση στο κέντρο αν αυτό χρειάζεται
 - Πολλαπλασιασμός με ένα φίλτρο
 - FFT-1
 - Η καινούργια εικόνα είναι το πραγματικό (real) μέρος του αποτελέσματος
$$g(x, y) = \text{Re} \left\{ \mathcal{F}^{-1} \left\{ H(u, v) \mathcal{F} \{ f(x, y) \} \right\} \right\}$$
- Αντίστοιχα στο πεδίο χώρου**

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$
 - Φίλτρο μέσω όρου στο πεδίο συχνότητας;
 - LPF, HPF στο πεδίο χώρου;



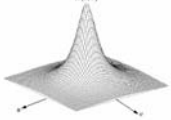
$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } (u, v) = (M/2, N/2) \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

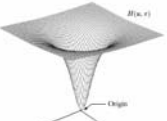


Φίλτρα στο Πεδίο Συχνότητας

χαμηλοπερατό φίλτρο




υψηλοπερατό φίλτρο




Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory