

Σχέση Φίλτρων Χώρου - Συχνότητας

- Φίλτρο στο χώρο $\rightarrow$ συνέλιξη (convolution)

$$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) h(x-m, y-n)$$

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) H(u, v)$$
- Κρουστική Συνάρτηση (impulse function) $\delta(x, y)$

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} s(x, y) A \delta(x-x_0, y-y_0) = A s(x, y)$$
- Γκαουσιανά Φίλτρα (Gaussian Filters)

$$H(u) = A e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} \quad H(u) = A e^{-\frac{u^2}{2\sigma_1^2}} - B e^{-\frac{u^2}{2\sigma_2^2}}$$

$$h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma A e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma_1 A e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} - \sqrt{2\pi}\sigma_2 B e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}}$$
- Γιατί στο πεδίο συχνότητας;
 - FFT $\rightarrow$ γρήγορος αλγόριθμος
 - Πιο απλά και μικρά φίλτρα
 - Ποιο εύκολο να κατανοήσουμε τη σχέση του φίλτρου με τις συχνότητες της εικόνας

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

- Ιδανικό Χαμηλοπερατό Φίλτρο (Ideal Lowpass Filter)

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

$$D(u, v) = \left[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2 \right]^{1/2}$$
- Δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί ηλεκτρονικά μόνο ψηφιακά
- Ποσοστό ισχύος μέσα στο φίλτρο (percent power)

$$P_f = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} P(u, v)$$

$$a = \frac{100}{P_f} \left[\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} P(u, v) \right]$$

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2$$

R = 5, 15, 30, 80, 230
P = 92.0, 94.6, 96.4, 98.0, 99.5%

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

- Ιδανικό Χαμηλοπερατό Φίλτρο (Ideal Lowpass Filter)
 - Πληροφορίες στο 8% ψηλότερων συχνοτήτων
 - Το ψηλότερο 0.5% δεν περιέχει σημαντικές πληροφορίες
 - "Ταλαντώσεις" (ringing) αποτέλεσμα της "ιδανικότητας"

R = 5, 15, 30, 80, 230
P = 92.0, 94.6, 96.4, 98.0, 99.5%

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

- Ιδανικό Χαμηλοπερατό Φίλτρο (Ideal Lowpass Filter)
 - Γιατί έχουμε άμβλυνση;
 - Γιατί έχουμε "ταλάντωση";

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

- Χαμηλοπερατό Φίλτρο Butterworth

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$

$$D(u, v) = D_0 \Rightarrow H(u, v) = 0.5$$
- Πιο πλατύ κεντρικό λοβό (central lobe) αλλά πιο χαμηλοί πλευρικοί λοβοί (side lobes)

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

- Χαμηλοπερατό Φίλτρο Butterworth

D = 5, 15, 30, 80, 230

N = 1, 2, 5, 20

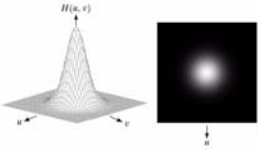
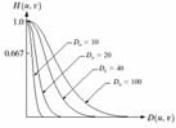
Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

- Gaussian Χαμηλοπερατό Φίλτρο**

$$H(u,v) = e^{-\frac{D^2(u,v)}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^2}}$$

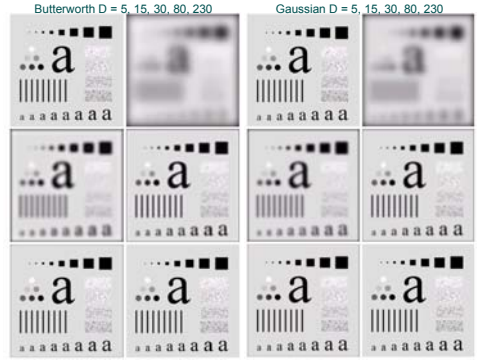
$$D(u,v) = D_0 \Rightarrow H(u,v) = 0.607$$
- Λιγότερη άμβλυνση αλλά καθόλου "ταλάντωση"
 - π.χ. ιατρικές εικόνες

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

Butterworth D = 5, 15, 30, 80, 230 Gaussian D = 5, 15, 30, 80, 230

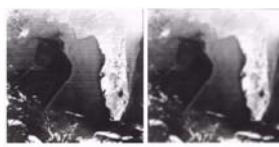


Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Άμβλυνσης (Smoothing)

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "90" as 1990 rather than the year 2000.

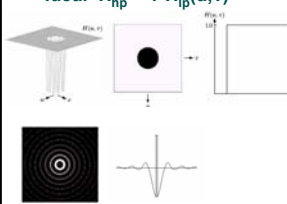
Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.




Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Όξυνσης (Sharpening)

- Ideal $H_{hp} = 1 - H_p(u,v)$**



$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D(u,v) \leq D_0 \\ 1 & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

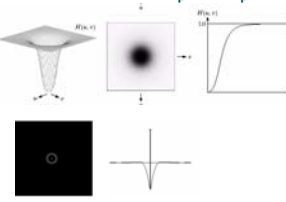
$$D(u,v) = \left[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2 \right]^{1/2}$$

D = 5, 15, 30, 80, 230

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Όξυνσης (Sharpening)

- Butterworth $H_{hp} = 1 - H_p(u,v)$**



$$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u,v)]^{2n}}$$

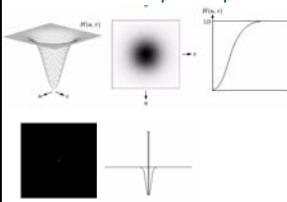
$$D(u,v) = D_0 \Rightarrow H(u,v) = 0.5$$

D = 5, 15, 30, 80, 230

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Φίλτρα Όξυνσης (Sharpening)

- Gaussian $H_{hp} = 1 - H_p(u,v)$**



$$H(u,v) = 1 - e^{-\frac{D^2(u,v)}{2\sigma^2}} = 1 - e^{-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^2}}$$

$$D(u,v) = D_0 \Rightarrow H(u,v) = 0.607$$

D = 5, 15, 30, 80, 230

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Φίλτρα Όξυνσης (Sharpening)

- Δεύτερη παράγωγος – Laplacian

$$\nabla^2 \left[\frac{d^n f(x)}{dx^n} \right] = (ju)^n F(u)$$

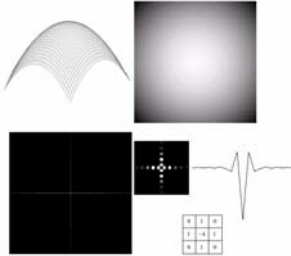
$$\nabla^2 \left[\nabla^2 f(x, y) \right] = \nabla^2 \left[\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \right]$$

$$= -(u^2 + v^2) F(u, v)$$

$$H(u, v) = -(u^2 + v^2)$$

$$H(u, v) = - \left[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2 \right]$$

$$\nabla^2 f(x, y) \Leftrightarrow - \left[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2 \right] F(u, v)$$



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



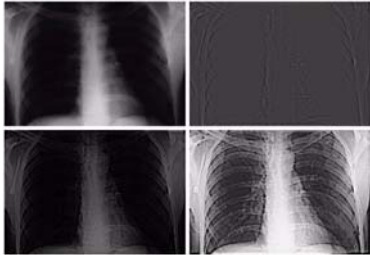
Φίλτρα Όξυνσης (Sharpening)

- Έμφαση Ψηλών Συχνοτήτων (high frequency emphasis)

$$H_{hfe}(u, v) = a + bH_{lp}(u, v)$$

$$F_{hfe}(u, v) = aF(u, v) + bH_{lp}(u, v)F(u, v)$$

$$f_{hfe}(x, y) = af(x, y) + bf_{lp}(x, y)$$



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Ομομορφικά Φίλτρα (Homomorphic Filters)

- Ομομορφικό φίλτρο = παίρνει ένα σήμα αποτελούμενο από δύο συνιστώσες σήματα και αφαιρεί το ένα
- Μπορεί να αυξήσει την αντίθεση (contrast) και να συμπιέσει το εύρος (range) ταυτόχρονα

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y)$$

$$F(u, v) = I(u, v)R(u, v)$$

$$z(x, y) = \ln(f(x, y)) = \ln(i(x, y)) + \ln(r(x, y))$$

$$Z(u, v) = I(u, v) + R(u, v)$$

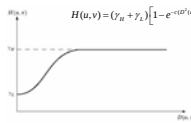
$$S(u, v) = H(u, v)Z(u, v) = H(u, v)[I(u, v) + R(u, v)]$$

$$s(x, y) = \mathcal{Z}^{-1}\{S(u, v)\} = \mathcal{Z}^{-1}\{H(u, v)I(u, v)\} + \mathcal{Z}^{-1}\{H(u, v)R(u, v)\}$$

$$s(x, y) = i'(x, y) + r'(x, y)$$

$$g(x, y) = e^{i(x, y)} = e^{i(x, y)}e^{r(x, y)}$$





$$H(u, v) = (\gamma_u + \gamma_v) \left[1 - e^{-\alpha(u^2 + v^2)} \right] + \gamma_L$$



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory