

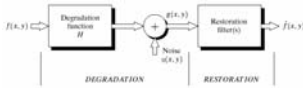


Κεφάλαιο 5

Αποκατάσταση Εικόνας (Image Restoration)



Αποκατάσταση Εικόνας (Image restoration)

- Αποκατάσταση Εικόνας (Image restoration)**
 - Αποκατάσταση σε ποιότητα χωρίς αλλοίωση (degradation)
 - Γνωστή μέθοδος αλλοίωσης
 - Δείκτης ποιότητας της αποκατάστασης
 - Σε αντίθεση με τη βελτίωση
 - Μπορεί να γίνει στο πεδίο του χώρου ή της συχνότητας
- Μοντέλο αλλοίωσης και αποκατάστασης εικόνας**


$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y)$$

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$
 - Γνωρίζουμε την φύση των H & n
 - Θέλουμε να προσεγγίσουμε όσο το δυνατόν την αρχική εικόνα f(x,y)

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Θόρυβος**
 - Κατά την απόκτηση (acquisition) των εικόνων
 - Κατά την μετάδοση των εικόνων, από παρεμβολές (interference)
- Ιδιότητες**
 - Στο χώρο και στη συχνότητα
 - π.χ. ομοιόμορφη κατανομή στη συχνότητα → λευκός θόρυβος (white noise)
 - Θα θεωρούμε τον θόρυβο ανεξάρτητο του χώρου και της εικόνας.
 - Δεν ισχύει πάντα
 - Περιοδικός θόρυβος
 - Συσχέτιση με την εικόνα (δεν θα το καλύψουμε)
- Θόρυβος → Τυχαία διαδικασία**
 - Χαρακτηρίζεται από PDF

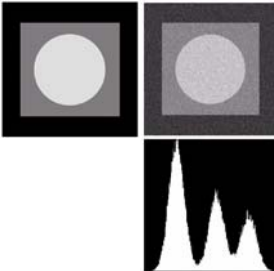
- Διάφορες μορφές**
 - Gaussian
 - ηλεκτρονικός θόρυβος και θόρυβος από ανιχνευτές
 - Rayleigh
 - Erlang (Gamma)
 - Εκθετική (Exponential)
 - Απεικόνιση με λέιζερ
 - Ομοιόμορφη (Uniform)
 - Προσομοιώσεις
 - Κρουστική (impulse) ή "αλατοπίπερου" (salt-and-pepper)
 - Γρήγορες μεταβάσεις, προβληματική διακοπτική (switching) συμπεριφορά
 - Περιοδικός Θόρυβος
 - Ηλεκτρικές ή ηλεκτρομηχανικές παρεμβολές
 - Περύπωση θορύβου με χωροταξική εξάρτηση

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Gaussian θόρυβος**
 - Βολικό μοντέλο λόγω μαθηματικών ιδιοτήτων
 - Χρησιμοποιείται πολύ συχνά
 - μερικές φορές δεν εφαρμόζει απολύτως στα δεδομένα



$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- 70% στην περιοχή $[(\mu-\sigma), (\mu+\sigma)]$
- 95% στην περιοχή $[(\mu-2\sigma), (\mu+2\sigma)]$

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

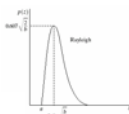


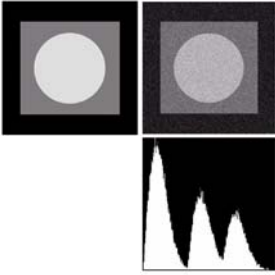
Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Rayleigh θόρυβος**

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b} (z-a) e^{-\frac{(z-a)^2}{b}} & \text{for } z \geq a \\ 0 & \text{for } z < a \end{cases}$$

$$\mu = a + \sqrt{\frac{\pi b}{4}}$$

$$\sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4}$$




Rayleigh

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

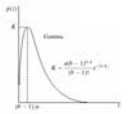


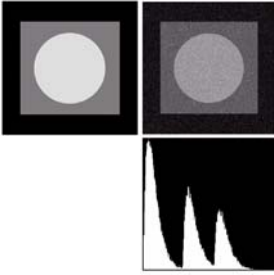
Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Erlang (Gamma) θόρυβος**

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b}{\Gamma(b)} z^{b-1} e^{-az} & \text{for } z \geq 0 \\ 0 & \text{for } z < 0 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{b}{a}$$

$$\sigma^2 = \frac{b}{a^2}$$




Gamma

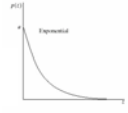
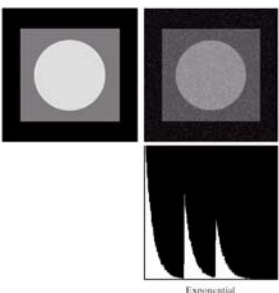
Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Εκθετικός (Exponential) θόρυβος**
 - Erlang με $b=1$

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & \text{for } z \geq 0 \\ 0 & \text{for } z < 0 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{1}{a}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{a^2}$$



Exponential

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

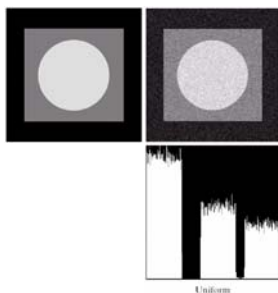
Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Ομοιόμορφος (Uniform) θόρυβος**

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{for } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

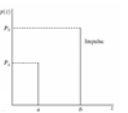
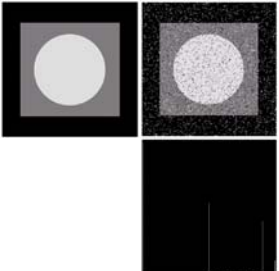


Uniform

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Κρουστικός (impulse) θόρυβος ή θόρυβος "αλατοπίπερου" (salt-and-pepper)**

$$p(z) = \begin{cases} P_s & \text{for } z = a \\ P_p & \text{for } z = b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Salt & Pepper

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

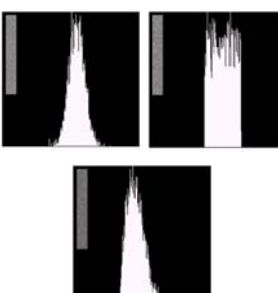
Μοντέλα Θορύβου (Noise Models)

- Παράμετροι θορύβου**
 - Από μια "άδεια" εικόνα
 - Από μέρη της εικόνας με ομοιόμορφο επίπεδο γκριζού

$$\mu = \sum_{z_i \in S} z_i p(z_i)$$

$$\sigma^2 = \sum_{z_i \in S} (z_i - \mu)^2 p(z_i)$$

- a και b από τα πιο πάνω
- Κρουστικός θόρυβος → απ' ευθείας από την εικόνα



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Αποκατάσταση από Θόρυβο

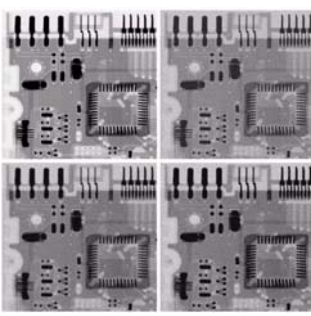
- Μόνη αλλοίωση προσθετικός (additive) θόρυβος**

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$$

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v)$$
 - Φίλτρα Χώρου (Spatial filters)
- Φίλτρα Μέσου Όρου**
 - Αριθμητικός μέσος όρος (arithmetic mean)
$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$
 - άμβλυνση- Γεωμετρικός Μέσος Όρος (geometric mean)

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

- Λιγότερη άμβλυνση από τον αριθμητικό μέσο όρο



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Αποκατάσταση από Θόρυβο

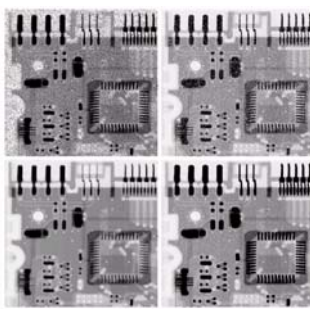
- Φίλτρο Αρμονικού Μέσου Όρου (Harmonic Mean)**

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s, t)}}$$

- "αλάτι" αλλά όχι "πιπέρι"

- Φίλτρο Αντι-Αρμονικού Μέσου Όρου (Contraharmonic Mean)**
$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q}$$

- Q = τάξη (order)
- Q = 0 → αριθμητικός μέσος όρος
- Q = -1 → αρμονικός μέσος όρος
- Q > 0 → "πιπέρι"
- Q < 0 → "αλάτι"
- όχι ταυτόχρονα



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

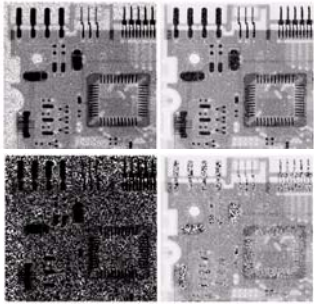


Αποκατάσταση από Θόρυβο

- Φίλτρο Αρμονικού Μέσου Όρου (Harmonic Mean)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)}$$
 - "αλάτι" αλλά όχι "πιπέρι"
- Φίλτρο Αντι-Αρμονικού Μέσου Όρου (Contraharmonic Mean)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q}$$
 - Q = τάξη (order)
 - Q = 0 → αριθμητικός μέσος όρος
 - Q = -1 → αρμονικός μέσος όρος
 - Q > 0 → "πιπέρι"
 - Q < 0 → "αλάτι"
 - όχι ταυτόχρονα



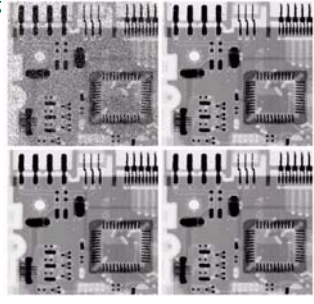
Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Αποκατάσταση από Θόρυβο

- Φίλτρα Στατιστικής Κατάταξης (Order statistic filters)
- Φίλτρο Διάμεσου (Median)

$$\hat{f}(x, y) = \text{median}_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$
 - Λιγότερη άμβλυνση από μέσου όρου



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

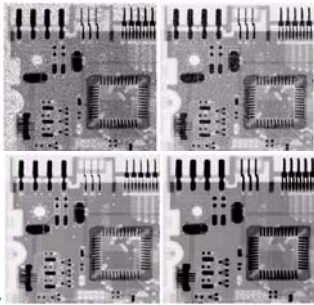


Αποκατάσταση από Θόρυβο

- Φίλτρα Στατιστικής Κατάταξης (Order statistic filters)
- Φίλτρα Μέγιστου (Maximum) και Ελάχιστου (Minimum)
 - 100% ποσοστιαία κατάταξη (percentile)

$$\hat{f}(x, y) = \max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$
 - Βρίσκει τα πιο λαμπρά σημεία στην εικόνα
 - Μειώνει το "πιπέρι"
 - 0% ποσοστιαία κατάταξη (percentile)

$$\hat{f}(x, y) = \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$
 - Βρίσκει τα πιο σκοτεινά σημεία στην εικόνα
 - Μειώνει το "αλάτι"



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

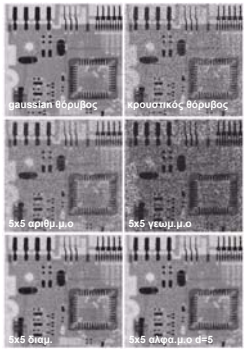


Αποκατάσταση από Θόρυβο

- Φίλτρα Στατιστικής Κατάταξης (Order statistic filters)
- Φίλτρα Ενδιάμεσης Τιμής (midpoint filter)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} + \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \right]$$
 - για gaussian ή ομοιόμορφο θόρυβο
- Φίλτρο μέσου όρου άλφα-αποκοπής (alpha-trimmed mean filter)

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn-d} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g_{(s,t)}$$
 - Αφαιρούμε d/2 πιο ψηλές και d/2 πιο χαμηλές τιμές
 - Μέσος όρος των υπολοίπων, π.χ. κρουστικό και gaussian



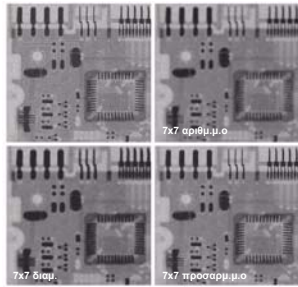
Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Αποκατάσταση από Θόρυβο

- Προσαρμόσιμα Φίλτρα (Adaptive filters)
 - Προσαρμόζονται ανάλογα με τα στατιστικά της περιοχής S_{xy}
 - Καλύτερα αποτελέσματα αλλά πιο πολύπλοκα φίλτρα
- Προσαρμόσιμο φίλτρο μείωσης θορύβου περιοχής (adaptive local noise reduction filter)

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_g^2}{\sigma_n^2} [g(x, y) - m_n]$$
 - Διατηρεί τις αιχμές ($\sigma_g^2 \gg \sigma_n^2$)
 - Μέσος όρος όταν $\sigma_g^2 \approx \sigma_n^2$
 - $\sigma_n^2 \rightarrow$

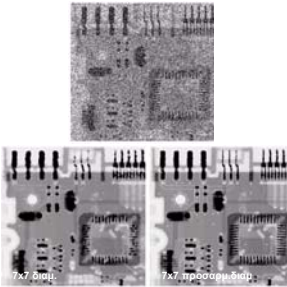


Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory



Αποκατάσταση από Θόρυβο

- Προσαρμόσιμο φίλτρο διάμεσου (adaptive median filter)
 - Φίλτρο διάμεσου → $P_n, P_s < 0.2$
 - Προσαρμόσιμο φίλτρο
 - Μείωση θορύβου (κρουστικό και άλλοι)
 - Μείωση παραμόρφωσης (distortion)
 - Διατήρηση αιχμών
 - Μεταβλητή περιοχή S_{xy}
 - Αλγόριθμος



Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Περιοδικός Θόρυβος

- Επεξεργασία στο πεδίο της συχνότητας
 - Αφαίρεση συγκεκριμένων συχνотητων
- Φίλτρα απόρριψης ζώνης (band reject filter)
 - Ιδανικό

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) < D_0 - W/2 \\ 0 & \text{if } D_0 - W/2 \leq D(u, v) \leq D_0 + W/2 \\ 1 & \text{if } D(u, v) > D_0 + W/2 \end{cases}$$
 - Butterworth

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)W}{D_0^2 - D_0^2} \right]^{2n}}$$
 - Gaussian

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{D^2(u, v) - D_0^2}{D(u, v)W} \right]^2}$$

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Περιοδικός Θόρυβος

- Φίλτρα ζώνης (band pass filter)

$$H_{bp}(u, v) = 1 - H_{br}(u, v)$$
 - Δεν χρησιμοποιούνται πολύ συχνά
 - Αποτελέσματα ομάδας συχνотητων

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Περιοδικός Θόρυβος

- Φίλτρα Εγκοπής (notch filter)
 - Απορρίπτουν ή αφίζουν να περάσουν μόνο συγκεκριμένες συχνотητες
 - Συμμετρικά στο πεδίο συχνотητας
- Φίλτρο Απόρριψης Εγκοπής (notch reject filter)
 - Ιδανικό

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D_1(u, v) \leq D_0 \text{ or } D_2(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$
 - Butterworth

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0^2}{D_1(u, v)D_2(u, v)} \right]^{2n}}$$
 - Gaussian

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{D_1(u, v)D_2(u, v)}{D_0^2} \right]^2}$$
- Φίλτρα Εγκοπής (notch pass filter)

$$H_{np}(u, v) = 1 - H_{nr}(u, v)$$

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Περιοδικός Θόρυβος

- Βέλτιστο Φίλτρο Εγκοπής (optimal notch filter)
 - Φίλτρο εγκοπής $H(u, v)$

$$N(u, v) = H(u, v)G(u, v)$$

$$n(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)G(u, v)\}$$

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - w(x, y)n(x, y)$$

w : παράγοντας στάθμισης
 - Μείωση διακύμανσης (variance) σε περιοχή $(2a+1) \times (2b+1)$

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b [\hat{f}(x+s, y+t) - \bar{\hat{f}}(x, y)]^2$$

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b \{[\hat{g}(x+s, y+t) - w(x, y)n(x+s, y+t)] - [\bar{\hat{g}}(x, y) - w(x, y)\bar{n}(x, y)]\}^2$$

$$\frac{\partial \sigma^2(x, y)}{\partial w(x, y)} = 0$$

$$w(x, y) = \frac{\bar{\hat{g}}(x, y)\bar{n}(x, y) - \hat{g}(x, y)\bar{n}(x, y)}{\bar{n}^2(x, y) - \bar{n}(x, y)^2}$$

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Περιοδικός Θόρυβος

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory

Συναρτήσεις Αλλοίωσης (Degradation functions)

- Γραμμικές, Χωροταξικές Αμετάβλητες Συναρτήσεις (Linear, Space-invariant functions)

$$H[af_i(x, y) + bf_j(x, y)] = aH[f_i(x, y)] + bH[f_j(x, y)] \leftarrow \text{Γραμμική}$$

$$H[af_i(x, y)] = aH[f_i(x, y)] \leftarrow \text{Ομοιογενής}$$

$$H[f(x-a, y-b)] = g(x-a, y-b) \leftarrow \text{Αμετάβλητη στο χώρο}$$
- Συναρτήσεις Αλλοίωσης

$$g(x, y) = H[f(x, y)] + n(x, y)$$
 - $H(u, v) = \text{LSI}$
 - Καλή προσέγγιση για πλείστες περιπτώσεις
 - Αποκατάσταση με διάφορες μεθόδους

Biomedical Imaging and Applied Optics Laboratory